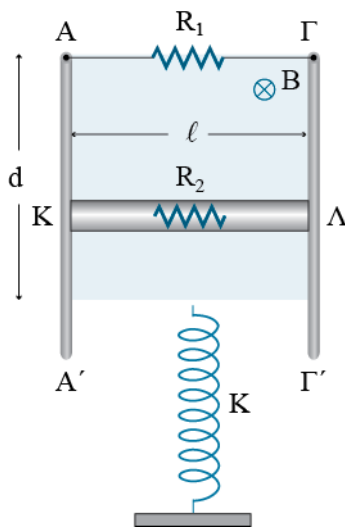


ΘΕΜΑ Δ

Δύο κατακόρυφοι αγώγιμοι ράβδοι ΑΑ' και ΓΓ' απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\ell=0,5\text{m}$ και έχουν αμελητέα αντίσταση. Ενώνουμε τα άκρα Α και Γ των δυο ράβδων με αντίσταση $R_1=1\Omega$. Ένας οριζόντιος αγωγός ΚΛ μάζας $m=0,2\text{Kg}$ μήκους ℓ και αντίστασης $R_2=3\Omega$ αφήνεται ελεύθερος τη χρονική στιγμή $t_0=0$ να κινηθεί χωρίς τριβές από τα άνω άκρα Α και Γ των δυο ράβδων. Ο αγωγός κατά την κίνησή του παραμένει οριζόντιος έχοντας συνεχώς τα άκρα του πάνω στις δυο ράβδους. Κάθετα στο επίπεδο των ράβδων υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=4\text{T}$ το οποίο εκτείνεται σε κατακόρυφο μήκος d όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Τη χρονική στιγμή που ο αγωγός ΚΛ έχει διανύσει την απόσταση d , αποκτά οριακή ταχύτητα και συναντά το ελεύθερο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K=100\text{N/m}$. Από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα, πάνω στις αντιστάσεις παράγεται θερμότητα $Q_R=1,2\text{J}$.



- Δ1. Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει ο αγωγός ΚΛ.
- Δ2. Να υπολογίσετε το κατακόρυφο μήκος d της έκτασης του μαγνητικού πεδίου.
- Δ3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται προς τα κάτω με τη μέγιστη ταχύτητά του.
- Δ4. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή που η ταχύτητά του είναι η μισή της οριακής για πρώτη

φορά, μέχρι τη χρονική στιγμή που η ταχύτητά του είναι ίση με την οριακή για τέταρτη φορά.

Δίνεται η ένταση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

Να θεωρήσετε θετική την φορά προς τα πάνω.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

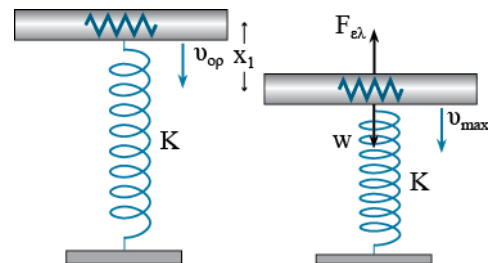
Δ1. Όταν ο αγωγός αποκτήσει οριακή ταχύτητα ισχύει $\Sigma F=0$.

$$\begin{aligned} \Sigma F = 0 &\Rightarrow w = F_L \Rightarrow mg = BI\ell \Rightarrow \\ &\Rightarrow mg = B \frac{E_{\text{επ}}}{R_{\text{ολ}}} \ell \Rightarrow mg = B \frac{Bv_{\text{op}}\ell}{R_1 + R_2} \ell \Rightarrow \\ &\Rightarrow mg = \frac{B^2 v_{\text{op}} \ell^2}{R_1 + R_2} \Rightarrow 0,2 \cdot 10 = \frac{4^2 v_{\text{op}} 0,5^2}{4} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8 = 4v_{\text{op}} \Rightarrow v_{\text{op}} = 2\text{ m/s} \end{aligned}$$

Δ2. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. στην κίνηση του αγωγού. Το έργο της δύναμης Laplace εκφράζει τη θερμότητα που παράγεται στις αντιστάσεις.

$$\begin{aligned} \Sigma W = \Delta K &\Rightarrow W_w + W_{F_L} = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow mgd + W_{F_L} = \frac{1}{2}mv_{\text{op}}^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0,2 \cdot 10d - 1,2 = \frac{1}{2}0,2 \cdot 2^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2d = 1,6 \Rightarrow d = 0,8\text{m} \end{aligned}$$

Δ3. Ο αγωγός αφού συναντήσει το ελατήριο συνεχίζει να κινείται επιταχυνόμενος μέχρις ότου το βάρος του γίνει ίσο με τη δύναμη του ελατηρίου. Από την ισορροπία των δυνάμεων παίρνουμε:



$$\begin{aligned} \Sigma F = 0 &\Rightarrow w = F_{\text{ελ}} \Rightarrow mg = Kx_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0,2 \cdot 10 = 100x_1 \Rightarrow x_1 = 0,02\text{m} \end{aligned}$$

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. υπολογίζουμε τη μέγιστη ταχύτητα του αγωγού.

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_w + W_{\varepsilon\lambda} = K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow$$

$$mgx_1 + U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\epsilon\lambda} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 - \frac{1}{2}mv_{\text{op}}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mgx_1 - \frac{1}{2}Kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 - \frac{1}{2}mv_{\text{op}}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,04 - 0,02 = 0,1v_{\max}^2 - 0,4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,1v_{\max}^2 = 0,42 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{4,2} \text{ m/s}$$

Και ο ρυθμός μεταβολής είναι:

$$\frac{\Delta U_{\varepsilon\lambda}}{\Delta t} = P_{F_{\varepsilon\lambda}} = F_{\varepsilon\lambda} v_{\max} = Kx_1 v_{\max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U_{\varepsilon\lambda}}{\Delta t} = 100 \cdot 0,02 \sqrt{4,2} = 2\sqrt{4,2} \text{ J/s}$$

Δ4. Όταν η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ είναι η μισή της οριακής για πρώτη φορά, αυτός κινείται προς τα κάτω, ενώ όταν είναι ίση με την οριακή για τέταρτη φορά, κινείται προς τα πάνω. Η μεταβολή στην ορμή του είναι:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p = mv_{\text{op}} - m \left(-\frac{v_{\text{op}}}{2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p = 0,2 \cdot 2 + 0,2 \cdot 1 = 0,6 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$