# ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΥΛΗ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: ΟΛΗ Η ΥΛΗ

| | | |
|---|---|---|
| ΤΑΞΗ: Γ ΛΥΚΕΙΟΥ | ΤΜΗΜΑ: | ΒΑΘΜΟΣ: |
| ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 17/04/2016 | ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 3 ΩΡΕΣ | |
| ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: | | |
| ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: | | |

## <u>ΘΕΜΑ Α</u>

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

**Α1.** Κατά τη διάρκεια μιας φθίνουσας ταλάντωσης

**α.** το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται.

**β.** η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται.

**γ.** η συχνότητα της ταλάντωσης μειώνεται.

**δ.** η ενέργεια της ταλάντωσης αρχικά μειώνεται και στη συνέχεια αυξάνεται.

**Μονάδες 5**

**Α2.** Δυο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων δημιουργούν στην επίπεδη επιφάνεια ενός υγρού, αρμονικά κύματα πλάτους Α. Το πλάτος της ταλάντωσης των υλικών σημείων της επιφάνειας του υγρού τα οποία βρίσκονται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τις δυο πηγές ισούται με

**α.** Α.

**β.** Α/2.

**γ.** 2Α.

**δ.** $A\sqrt{2}$ .

**Μονάδες 5**

**Α3.** Σύμφωνα με την εξίσωση του Bernoulli, σ’ ένα οριζόντιο σωλήνα που ρέει ένα ρευστό, όταν αυξάνεται η πίεση:

**α.** μειώνεται η ταχύτητα ροής του.

**β.** αυξάνεται η ταχύτητα ροής του.

**γ.** μειώνεται η παροχή.

**δ.** πυκνώνουν οι ρευματικές γραμμές.

**Μονάδες 5**

**Α4.** Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων που δέχεται το σώμα ισούται με μηδέν, τότε

**α.** η γωνιακή ταχύτητα του στερεού μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό.

**β.** η γωνιακή ταχύτητα του στερεού παραμένει σταθερή.

**γ.** η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού μεταβάλλεται.

**δ.** το κέντρο μάζας του στερεού κινείται με σταθερή ταχύτητα.

**Μονάδες 5**

**Α5.** *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

**α**. Θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι η θέση όπου η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μέγιστη.

**β.** Ένας λόγος που διαφοροποιεί την κατάσταση του στάσιμου κύματος από αυτό του τρέχοντος κύματος είναι ότι στο στάσιμο κύμα δε μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

**γ.** Η υδροστατική πίεση στον οριζόντιο πυθμένα ενός ανοιχτού δοχείου το οποίο περιέχει υγρό, εξαρτάται από τον τόπο στον οποίο βρίσκεται το δοχείο.

**δ.** Η εξίσωση του Bernoulli είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας στα ρευστά.

**ε.** Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από σταθερό ακλόνητο άξονα. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος, τότε η κινητική του ενέργεια διπλασιάζεται.

**Μονάδες 5**

## <u>ΘΕΜΑ Β</u>

**Β1.** Δυο κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές $K_1$ και $K_2$ αντίστοιχα είναι στερεωμένα από το ένα άκρο τους στην οροφή, ενώ από το άλλο άκρο τους έχουμε κρεμάσει δυο σώματα με μάζες $m_1$ και $m_2$ αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $m_1=2m_2$. Τα δυο σώματα ισορροπούν ακίνητα και η επιμήκυνση των δυο ελατηρίων είναι η ίδια. Εκτρέπουμε το πρώτο σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d και το δεύτερο σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω κατά d και στη συνέχεια τα αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερα να κινηθούν από τη θέση όπου τα εκτρέψαμε χωρίς αρχική ταχύτητα. Τα δυο σώματα εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Το πρώτο σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του

**α.** ταυτόχρονα με το δεύτερο σώμα.

**β.** πριν από το δεύτερο σώμα.

**γ.** μετά από το δεύτερο σώμα.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 6**

**Β2.** Μια ηχητική πηγή S κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1$ ($\upsilon_1<\upsilon_{\eta\chi}$) προς ακίνητο παρατηρητή Α ο οποίος αντιλαμβάνεται συχνότητα ηχητικών κυμάτων $f_A$. Στη συνέχεια η ηχητική πηγή σταματά να κινείται, συνεχίζοντας όμως να εκπέμπει ηχητικά κύματα και ταυτόχρονα ο παρατηρητής αρχίζει να κινείται με την ίδια σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1$ που είχε η πηγή, με αποτέλεσμα να αντιλαμβάνεται τώρα συχνότητα ηχητικών κυμάτων $f_A{}'=0{,}64f_A$. Τα ηχητικά κύματα διαδίδονται στον αέρα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{\eta\chi}$. Το μέτρο της ταχύτητας $\upsilon_1$ είναι

**α.** $\upsilon_1=0{,}2\upsilon_{\eta\chi}$.

**β.** $\upsilon_1=0{,}6\upsilon_{\eta\chi}$.

**γ.** $\upsilon_1=0{,}8\upsilon_{\eta\chi}$.

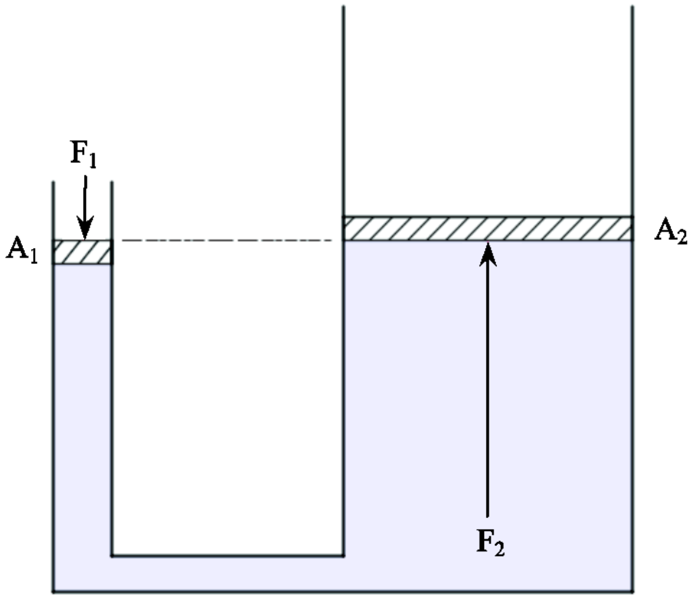
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 7**

**Β3.** Στο υδραυλικό πιεστήριο του σχήματος οι διάμετροι των εμβόλων είναι $\delta_1$ και $\delta_2$. Αν στο έμβολο με εμβαδόν διατομής $A_1$ ασκηθεί δύναμη μέτρου $F_1$ = 10Ν προς τα κάτω, τότε το υγρό ασκεί στο έμβολο με εμβαδόν διατομής $A_2$ δύναμη μέτρου $F_2$ = 90 Ν ωθώντας το προς τα πάνω. Η σχέση των διαμέτρων των δύο εμβόλων είναι:




**α.** $\delta_2 = 9\delta_1$.

**β.** $\delta_2 = 18\delta_1$.

**γ.** $\delta_2 = 3\delta_1$.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

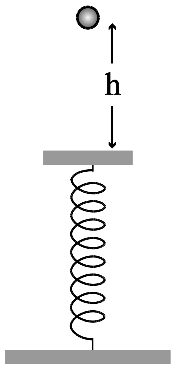
**Μονάδες 2**

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 6**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίσκος μάζας $m_1$=1Kg είναι συνδεδεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=200N/m. Το κάτω άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο του δαπέδου. Από ύψος h=0,15m πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερο μια σφαίρα από πλαστελίνη μάζας $m_2$=1Kg, η οποία συγκρούεται με το δίσκο μετωπικά και πλαστικά. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.




**Γ1.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας ελάχιστα πριν την κρούση.

**Μονάδες 4**

**Γ2.** Να υπολογίσετε το ποσοστό της αρχικής ενέργειας της σφαίρας που γίνεται θερμότητα κατά την πλαστική κρούση.

**Μονάδες 4**

**Γ3.** Για την ταλάντωση του συσσωματώματος:

**Γ3.1.** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο θεωρώντας χρονική στιγμή $t_o$=0 τη στιγμή της κρούσης.

**Μονάδες 8**

**Γ3.2.** Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

**Μονάδες 4**

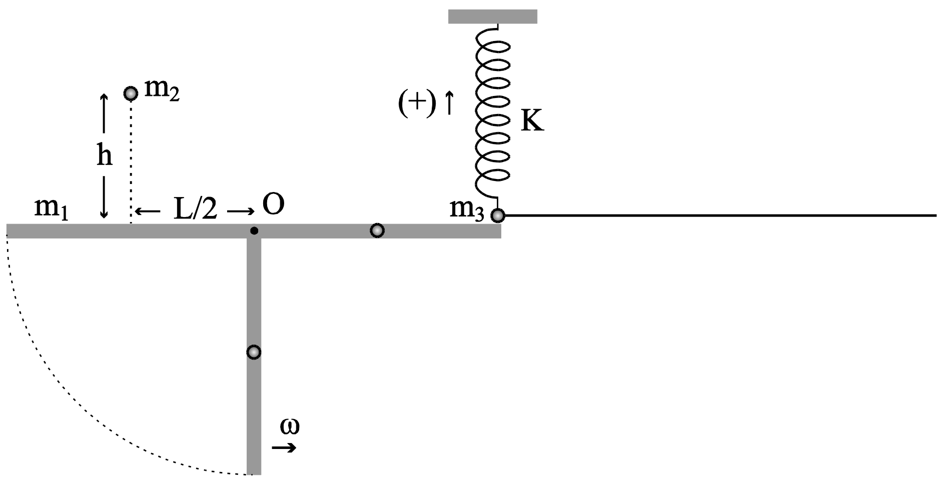
**Γ4.** Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στις θέσεις στις οποίες η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης γίνεται μέγιστη.

**Μονάδες 5**

Θεωρείστε την αντίσταση του αέρα και τη διάρκεια της κρούσης αμελητέες.
Να θεωρήσετε ότι ο θετικός ημιάξονας είναι προς τα πάνω.
Δίνεται g=10m/s$^2$.

## ΘΕΜΑ Δ

Στο σχήμα η ομογενής ράβδος έχει μάζα $m_1$=0,75Kg, μήκος L=0,4m και μπορεί να περιστρέφεται στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Ο. Αρχικά μέσω ενός μηχανισμού η ράβδος είναι ακίνητη σε οριζόντια θέση. Από ύψος h πάνω από τη ράβδο και στη διεύθυνση της μεσοκαθέτου της αφήνουμε μια σφαίρα μάζας $m_2$=1Kg η οποία συγκρούεται πλαστικά με τη ράβδο. Τη στιγμή της σύγκρουσης ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο και έτσι το σύστημα ράβδος - σφαίρα περιστρέφεται στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από το σημείο Ο. Όταν το σύστημα ράβδος - σφαίρα φτάσει στην κατώτερη θέση του (με τη ράβδο κατακόρυφη) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του είναι $\omega = \sqrt{112,5}\ \mathrm{rad/s}$. Στη συνέχεια το σύστημα ράβδος – σφαίρα φτάνοντας στην αντιδιαμετρική (σε σχέση με την αρχική) οριζόντια θέση του συγκρούεται με υλικό σημείο μάζας $m_3$=0,25Kg το οποίο βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το σημείο Ο και σε απόσταση L από αυτό. Το υλικό σημείο μάζας $m_3$ πριν την κρούση ήταν ενωμένο με οριζόντια χορδή απείρου μήκους (και αμελητέας μάζας) και ισορροπούσε στερεωμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=400 N/m, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε σταθερό σημείο. Μετά την κρούση το σύστημα ράβδος – σφαίρα ακινητοποιείται και στη συνέχεια απομακρύνεται έτσι ώστε να μην εμποδίζει την ταλάντωση του σώματος μάζας $m_3$. Το σώμα μάζας $m_3$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αποτέλεσμα πάνω στη χορδή να δημιουργείται αρμονικό κύμα το οποίο διαδίδεται με ταχύτητα υ=π m/s.




**Δ1.** Να υπολογίσετε το ύψος h από το οποίο αφήσαμε τη σφαίρα μάζας $m_2$.

**Μονάδες 7**

**Δ2.** Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του υλικού σημείου μάζας $m_3$.

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που δημιουργείται πάνω στη χορδή θεωρώντας χρονική στιγμή $t_o$=0 τη στιγμή που ξεκινάει η ταλάντωση του υλικού σημείου μάζας $m_3$.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος που δημιουργείται πάνω στη χορδή τη χρονική στιγμή που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου γίνεται μέγιστη για πέμπτη φορά.

**Μονάδες 5**

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής $I = \frac{1}{3} m_1 L^2$.

Οι μάζες $m_2$ και $m_3$ θεωρούνται σημειακές.
Να θεωρήσετε θετική τη φορά του σχήματος.
Δίνεται $g=10\ m/s^2$ και $\pi^2=10$.

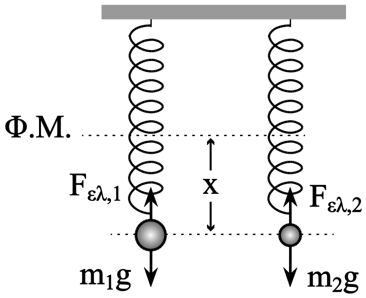
# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** α, **Α2.** γ, **Α3.** α, **Α4.** β, **Α5.** Λ, Σ, Σ, Σ, Λ

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.** Σωστή η α.




Από την ισορροπία των δυο σωμάτων παίρνουμε:

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma F_1 = 0 \Rightarrow K_1 x = m_1 g \Rightarrow K_1 x = 2m_2 g \\ \Sigma F_2 = 0 \Rightarrow K_2 x = m_2 g\end{array}\right\} \Rightarrow K_1 x = 2K_2 x \Rightarrow K_1 = 2K_2$$

Οι χρονικές στιγμές που θα περάσουν τα σώματα από τη θέση ισορροπίας τους είναι:

$$\left.\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{T_1}{4} = \dfrac{2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{K_1}}}{4} \xrightarrow{m_1=2m_2,K_1=2K_2} t_1 = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{2m_2}{2K_2}} = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m_2}{K_2}} \\ t_2 = \dfrac{T_2}{4} = \dfrac{2\pi\sqrt{\dfrac{m_2}{K_2}}}{4} = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m_2}{K_2}} \end{array}\right\} \Rightarrow t_1 = t_2$$

**Β2.** Σωστή η α.

Αρχικά ο ακίνητος παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα:

$$f_A = \frac{\upsilon_{ηχ}}{\upsilon_{ηχ} - \upsilon_1} f_S \qquad (1)$$

Αφού ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται μικρότερη συχνότητα από αυτήν που εκπέμπει η πηγή, σημαίνει ότι απομακρύνεται από την πηγή. Άρα η συχνότητα $f_A{'}$ είναι:

$$f_A{}' = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi}} f_S \qquad (2)$$

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{f_A}{f_A{}'} = \frac{\dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1} f_S}{\dfrac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi}} f_S} \Rightarrow \frac{f_A}{f_A{}'} = \frac{\upsilon_{\eta\chi}^2}{\left(\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1\right)^2} \Rightarrow \frac{f_A}{0,64 f_A} = \frac{\upsilon_{\eta\chi}^2}{\left(\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1\right)^2} \Rightarrow \left(\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1\right)^2 = 0,64\upsilon_{\eta\chi}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1 = \pm 0,8\upsilon_{\eta\chi} \xrightarrow{\upsilon_{\eta\chi} > \upsilon_1} \upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1 = 0,8\upsilon_{\eta\chi} \Rightarrow \upsilon_1 = 0,2\upsilon_{\eta\chi}$$

**Β3.** Σωστή η γ.

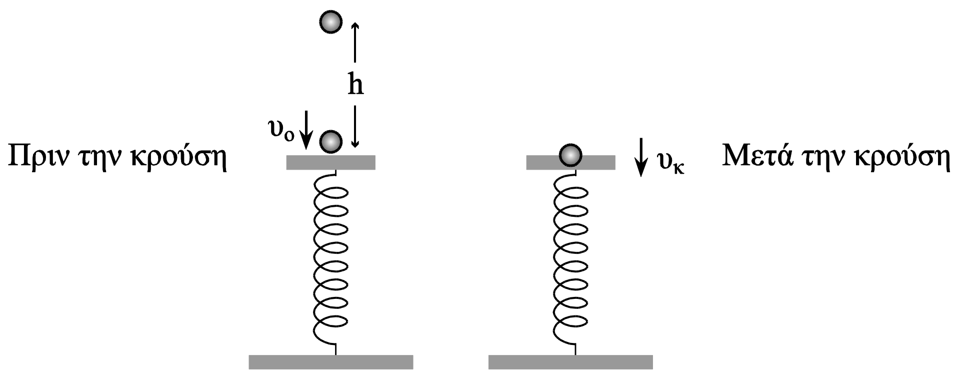
Από την αρχή του Pascal παίρνουμε:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{10}{\pi R_1^2} = \frac{90}{\pi R_2^2} \Rightarrow R_2^2 = 9R_1^2 \Rightarrow R_2 = 3R_1 \Rightarrow \frac{\delta_2}{2} = 3\frac{\delta_1}{2} \Rightarrow \delta_2 = 3\delta_1 .$$

## <u>ΘΕΜΑ Γ</u>

**Γ1.** Από τη διατήρηση της ενέργειας για τη σφαίρα παίρνουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xrightarrow{K_{\alpha\rho\chi}=0,\, U_{\tau\varepsilon\lambda}=0} m_2 g h = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_o^2 \Rightarrow \upsilon_o = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 0,15} = \sqrt{3}\, m/s$$




**Γ2.** Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.

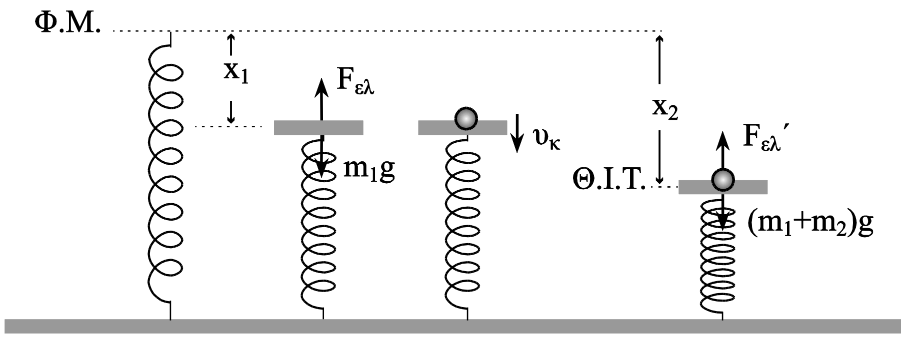
$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2\upsilon_o = \left(m_1 + m_2\right)\upsilon_\kappa \Rightarrow 1\cdot\sqrt{3} = 2\upsilon_\kappa \Rightarrow \upsilon_\kappa = \frac{\sqrt{3}}{2} m/s$$

Και το ποσοστό της αρχικής ενέργειας της σφαίρας που γίνεται θερμότητα κατά την πλαστική κρούση είναι:

$$\Pi = \frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_o^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_o^2} \Rightarrow \Pi = \frac{(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 - m_2\upsilon_o^2}{m_2\upsilon_o^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Pi = \frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 1\left(\sqrt{3}\right)^2}{1\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{1,5-3}{3} = -0,5 \rightarrow -50\%$$

**Γ3.** Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.




**Γ3.1.** Από την αρχική θέση ισορροπίας του δίσκου παίρνουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w_1 \Rightarrow Kx_1 = m_1 g \Rightarrow x_1 = \frac{m_1 g}{K} = \frac{1\cdot 10}{200} = 0,05\,\text{m}$$

Από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης παίρνουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = w_{o\lambda} \Rightarrow Kx_2 = (m_1+m_2)g \Rightarrow x_2 = \frac{(m_1+m_2)g}{K} = \frac{2\cdot 10}{200} = 0,1\,\text{m}$$

Εφαρμόζοντας τη διατήρηση της ενέργειας για τον ταλαντωτή παίρνουμε:

$$K + U = E \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 + \frac{1}{2}K(x_2-x_1)^2 = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow 2\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 200\left(5\cdot 10^{-2}\right)^2 = 200A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,5 + 0,5 = 200A^2 \Rightarrow 2 = 200A^2 \Rightarrow A^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow A = \frac{1}{10} \Rightarrow A = 0,1\,\text{m}$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$K = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow 200 = 2\omega^2 \Rightarrow \omega = 10\,\text{rad/s}$$

Υπολογίζουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης.

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi) \xrightarrow{t_o=0} x_2 - x_1 = A\eta\mu\varphi \Rightarrow 0,05 = 0,1\eta\mu\varphi \Rightarrow \eta\mu\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu\varphi = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \varphi = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ \varphi = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{array} \right. \xrightarrow{\kappa=0} \left| \begin{array}{l} \varphi = \frac{\pi}{6}\text{rad} \\ \varphi = \frac{5\pi}{6}\text{rad} \end{array} \right.$$

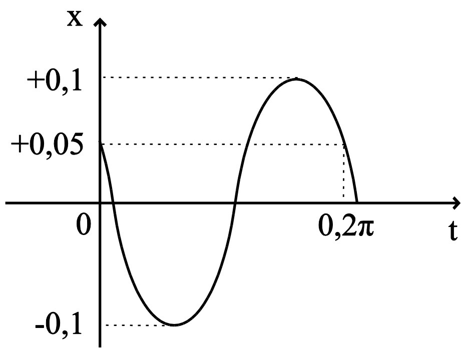
Αφού η θετική κατεύθυνση είναι προς τα πάνω, η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι αρνητική. Άρα η αρχική φάση είναι:

$$\varphi = \frac{5\pi}{6}\text{rad}$$

Και η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi) \Rightarrow x = 0,1\eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

**Γ.3.2.** Το διάγραμμα της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.




**Γ4.** Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης γίνεται μέγιστη στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης.

Όταν x = +A το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Άρα:

$$U_{\varepsilon\lambda} = 0$$

Όταν x = –A το ελατήριο έχει επιμήκυνση 2A. Άρα:

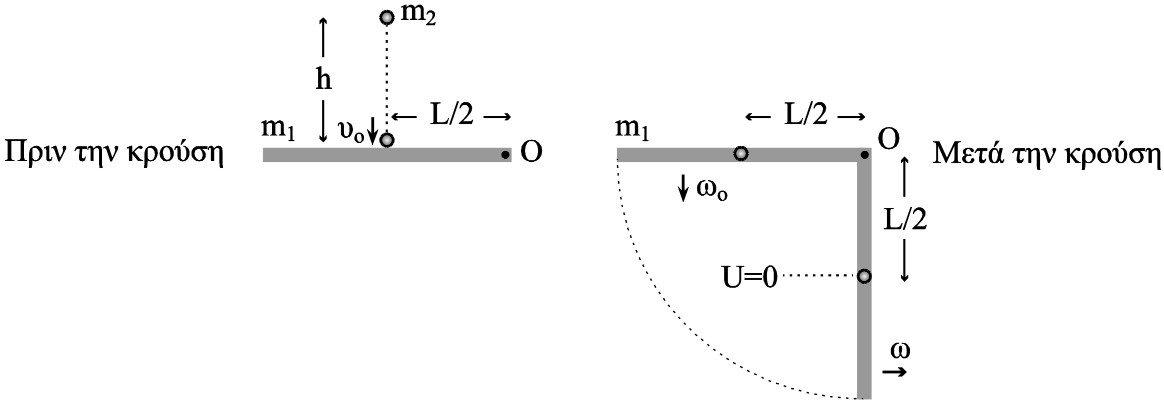
$$U'_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}K(2A)^2 = \frac{1}{2}200 \cdot 0,04 = 4\,\text{J}$$

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σφαίρα μετά την κρούση.

$$I_{o\lambda} = \frac{1}{3}m_1L^2 + m_2\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}0,75 \cdot 0,4^2 + 1\left(\frac{0,4}{2}\right)^2 = 0,04 + 0,04 = 0,08\,\text{Kg} \cdot \text{m}^2$$

Υπολογίζουμε τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδος – σφαίρα αμέσως μετά την κρούση.




$$K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}\xrightarrow{U_{τελ}=0}\frac{1}{2}I_{ολ}\omega_o^2+(m_1+m_2)g\frac{L}{2}=\frac{1}{2}I_{ολ}\omega^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}0,08\omega_o^2+1,75\cdot 10\frac{0,4}{2}=\frac{1}{2}0,08\left(\sqrt{112,5}\right)^2\Rightarrow 0,04\omega_o^2+3,5=4,5\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,04\omega_o^2=1\Rightarrow\omega_o^2=\frac{1}{0,04}\Rightarrow\omega_o=\frac{1}{0,2}\Rightarrow\omega_o=5\,rad/s$$

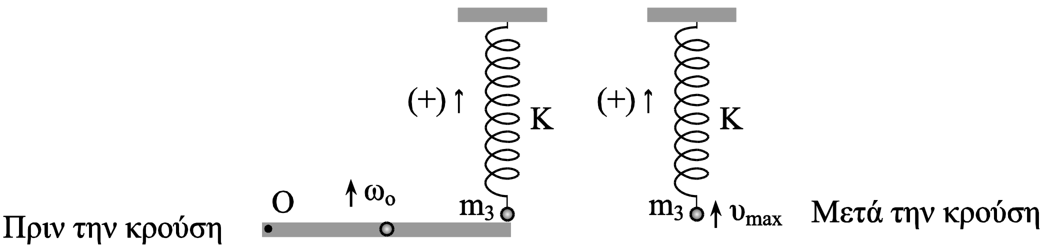
Από τη διατήρηση της στροφορμής υπολογίζουμε την ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση.

$$\vec{L}_{αρχ}=\vec{L}_{τελ}\Rightarrow m_2\upsilon_o\frac{L}{2}=I_{ολ}\omega_o\Rightarrow 1\upsilon_o\frac{0,4}{2}=0,04\cdot 5\Rightarrow\upsilon_o=1\,m/s$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην κίνηση της σφαίρας και υπολογίζουμε το ύψος h.

$$K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}\xrightarrow{K_{αρχ}=0,\ U_{τελ}=0}m_2gh=\frac{1}{2}m_2\upsilon_o^2\Rightarrow 10h=\frac{1}{2}1^2\Rightarrow h=0,05\,m$$

**Δ2.** Το σύστημα ράβδος – σφαίρα φτάνει στην οριζόντια αντιδιαμετρική θέση με την ίδια γωνιακή ταχύτητα $\omega_o$ (δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας). Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της στροφορμής υπολογίζουμε την ταχύτητα του υλικού σημείου μάζας $m_3$ μετά την κρούση. Η ταχύτητα αυτή θα είναι και η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του υλικού σημείου.



$$\vec{L}_{αρχ} = \vec{L}_{τελ} \Rightarrow I_{ολ}\omega_o = m_3\upsilon_{max}L \Rightarrow 0,08\cdot 5 = 0,25\upsilon_{max}0,4 \Rightarrow \upsilon_{max} = 4\,m/s$$

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης του υλικού σημείου είναι:

$$K = m_3\omega_\tau^2 \Rightarrow 400 = 0,25\omega_\tau^2 \Rightarrow \omega_\tau^2 = 1600 \Rightarrow \omega_\tau = 40\,rad/s$$

Υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης.

$$\upsilon_{max} = A\omega \Rightarrow 4 = A40 \Rightarrow A = 0,1\,m$$

**Δ3.** Υπολογίζουμε την περίοδο και το μήκος του κύματος.

$$\omega_\tau = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_\tau} = \frac{2\pi}{40} = \frac{\pi}{20}s$$

$$\upsilon = \lambda f \Rightarrow \upsilon = \lambda\frac{1}{T} \Rightarrow \lambda = \upsilon T = \pi\frac{\pi}{20} = \frac{\pi^2}{20} = \frac{10}{20} = 0,5\,m$$

Και η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y = Aημ2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,1ημ2\pi\left(\frac{t}{\frac{\pi}{20}} - \frac{x}{0,5}\right) \Rightarrow y = 0,1ημ2\pi\left(\frac{20t}{\pi} - 2x\right)$$

**Δ4.** Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου θα γίνει μέγιστη για πέμπτη φορά τη χρονική στιγμή $2T + \frac{T}{4}$.

Το κύμα θα έχει διαδοθεί:

$$x_1 = 2\lambda + \frac{\lambda}{4} = 2\cdot 0,5 + \frac{0,5}{4} = 1 + 0,125 = 1,125\,m$$

Το στιγμιότυπο του κύματος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.