ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ 2020

Ημερομηνία: Δευτέρα 22 Ιουνίου 2020

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. γ

Α2. α

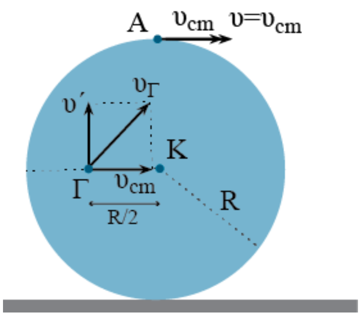
Α3. γ

Α4. δ

Α5. Σ, Λ, Σ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η iii.



Η ταχύτητα του ανώτερου σημείου Α είναι:

$$\upsilon_A = 2\upsilon_{cm}$$

Η ταχύτητα του σημείου Γ είναι:

$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon'^2} \xrightarrow{\upsilon'=\omega r=\omega\frac{r}{2}=\frac{u_{cm}}{2}} \upsilon_\Gamma = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \frac{\upsilon_{cm}^2}{4}} = \sqrt{\frac{5\upsilon_{cm}^2}{4}} = \frac{\upsilon_{cm}}{2}\sqrt{5}$$

Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων είναι:

$$\frac{\upsilon_\Gamma}{\upsilon_A}=\frac{\frac{\upsilon_{cm}}{2}\sqrt{5}}{2\upsilon_{cm}}=\frac{\sqrt{5}}{4}$$

Β2. Σωστή η ii.

Έστω ότι μετά την κρούση η ταχύτητα της σφαίρας Σ_2 είναι υ_2'.

Το ποσοστό της πρώτης σφαίρας που μεταφέρεται στη δεύτερη κατά την κρούση είναι:

$$\Pi_1=\frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}=\frac{m_2\left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)^2\upsilon_1^2}{m_1\upsilon_1^2}=\frac{\frac{m_2\cdot 4m_1^2}{(m_1+m_2)^2}}{m_1}\Rightarrow \Pi_1=\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}$$

Έστω ότι μετά την κρούση η ταχύτητα της σφαίρας Σ_1 είναι υ_1'.

Ομοίως, το ποσοστό της δεύτερης σφαίρας που μεταφέρεται στην πρώτη κατά την κρούση είναι:

$$\Pi_2=\frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2}{\frac{1}{2}m_2u_2^2}=\frac{m_1\left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)^2u_2^2}{m_2u_2^2}=\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}$$

Άρα $\Pi_1=\Pi_2$.

Β3. Σωστή η i.

Ο χρόνος για να φτάσει το νερό στο έδαφος είναι:

$$h_1=\frac{1}{2}gt_{o\lambda}^2\Rightarrow t_{o\lambda}=\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

Η οριζόντια απόσταση s είναι:

$$s=\upsilon_o t_{o\lambda}\Rightarrow s=\upsilon_o\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

Όταν το νερό διέρχεται από το σημείο Ζ ισχύει:

$$\left.\begin{array}{l} h_1-h_2=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow h_1-\frac{21H}{32}=\frac{1}{2}gt^2 \\ \frac{s}{2}=\upsilon_o t\Rightarrow s=2\upsilon_o t\Rightarrow s^2=4\upsilon_o^2t^2 \end{array}\right\}\frac{\theta}{\theta}\rightarrow\frac{h_1-\frac{21H}{32}}{s^2}=\frac{g}{8\upsilon_o^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h_1 - \frac{21H}{32}}{\upsilon_o^2 \frac{2h_1}{g}} = \frac{g}{8\upsilon_o^2} \Rightarrow 2h_1 = 8h_1 - 8\frac{21H}{32} \Rightarrow h_1 = \frac{21H}{24}$$

Από το θεώρημα του Torricelli η ταχύτητα υ_o με την οποία εξέρχεται το νερό από την οπή είναι:

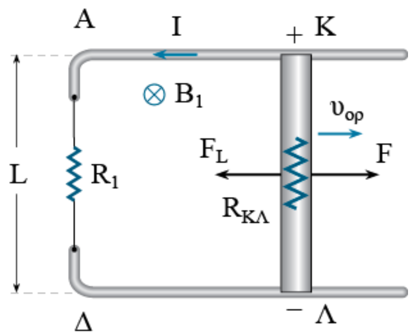
$$\upsilon_o = \sqrt{2g(H - h_1)} = \sqrt{2g\left(H - \frac{21H}{24}\right)} = \sqrt{2g\frac{3H}{24}} = \frac{\sqrt{gH}}{2}$$

Η παροχή της βρύσης, η οποία είναι ίση με την παροχή της οπής είναι:

$$\Pi = A \cdot \upsilon_o = \frac{A\sqrt{gH}}{2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αρχικά ο αγωγός ΚΛ επιταχύνεται. Λόγω της ταχύτητας που αποκτά εμφανίζεται στα άκρα του ΗΕΔ από επαγωγή και επαγωγικό ρεύμα στο κύκλωμα. Έτσι στον αγωγό ΚΛ εμφανίζεται και μία δύναμη Laplace. Η δύναμη Laplace αυξάνεται συνεχώς και όταν γίνει ίση με την εξωτερική δύναμη F ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα.

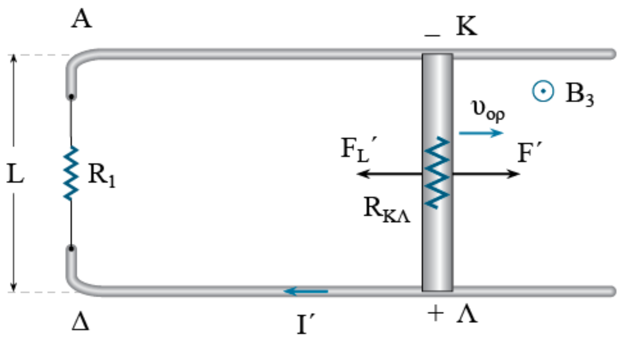


Η οριακή ταχύτητα που αποκτά ο αγωγός είναι:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F = F_L \Rightarrow F = B_1 I L \Rightarrow F = B_1 \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_{K\Lambda}} L \Rightarrow F = B_1 \frac{B_1 \upsilon_{o\rho} L}{R_1 + R_{K\Lambda}} L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{B_1^2 \upsilon_{o\rho} L^2}{R_1 + R_{K\Lambda}} \Rightarrow 0{,}8 = \frac{1^2 \upsilon_{o\rho} 1^2}{5} \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = 4 m/s$$

Γ2. Όταν ο αγωγός εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο B_3 του ασκείται μια δύναμη Laplace. Για να κινηθεί με σταθερή ταχύτητα θα πρέπει να του ασκήσουμε μια αντίθετη εξωτερική δύναμη.



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F' = F_L' \Rightarrow F' = B_3 I' L \Rightarrow F' = B_3 \frac{B_3 \upsilon_{o\rho} L}{R_1 + R_{K\Lambda}} L \Rightarrow F' = \frac{B_3^2 \upsilon_{o\rho} L^2}{R_1 + R_{K\Lambda}} \Rightarrow \frac{1^2 \cdot 4 \cdot 1^2}{5} = 0{,}8\text{N}$$

Γ3. Υπολογίζουμε την ένταση του επαγωγικού ρεύματος.

$$I' = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_{K\Lambda}} = \frac{B_3 \upsilon_{o\rho} L}{R_1 + R_{K\Lambda}} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 1}{5} = 0{,}8\text{A}$$

Υπολογίζουμε τον χρόνο κίνησης του αγωγού.

$$I' = \frac{q}{t} \Rightarrow t = \frac{q}{I'} = \frac{0{,}2}{0{,}8} = 0{,}25\text{s}$$

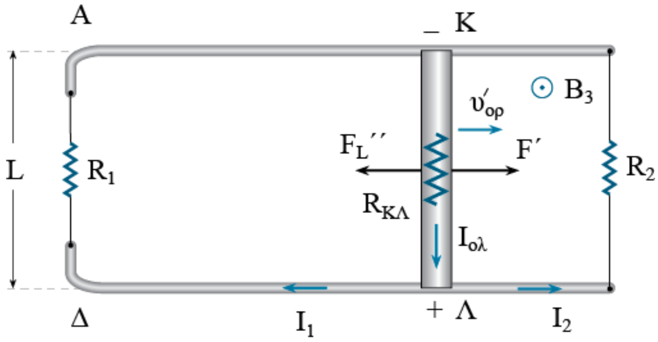
Και το ποσό θερμότητας είναι:

$$Q = I^2 (R_1 + R_{K\Lambda}) t = 0{,}8^2 \cdot 5 \cdot 0{,}25 = 0{,}8\text{J}$$

Γ4. Υπολογίζουμε την ολική αντίσταση του κυκλώματος.

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4}{4} = 1\Omega$$

$$R_{o\lambda} = R_{1,2} + R_{K\Lambda} = 4\Omega$$



Και η νέα οριακή ταχύτητα του αγωγού είναι:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F' = F''_L \Rightarrow F' = B_3 I_{ολ} L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F' = B_3 \frac{E'_{επ}}{R_{ολ}} L \Rightarrow F' = B_3 \frac{B_3 \upsilon'_{ορ} L}{R_{ολ}} L \Rightarrow F' = B_3^2 \frac{B_3^2 \upsilon'_{ορ} L}{R_{ολ}} L \Rightarrow 0,8 = \frac{12 \cdot \upsilon'_{ορ} \cdot 1}{4} \Rightarrow \upsilon'_{ορ} = 3,2 m/s$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ είναι:

$$I_{ολ} = \frac{B_3 \upsilon'_{ορ} L}{R_{ολ}} = \frac{1 \cdot 3,2 \cdot 1}{4} = 0,8A$$

Και η τάση στα άκρα του είναι:

$$V_{ΚΛ} = E'_{επ} - I_{ολ} R_{ΚΛ} = B_3 \upsilon'_{ορ} L - I_{ολ} R_{ΚΛ} \Rightarrow V_{ΚΛ} = 1 \cdot 3,2 \cdot 1 - 0,8 \cdot 3 = 3,2 - 2,4 = 0,8V$$

Οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τις R_1 και R_2 είναι:

$$I_1 = \frac{V_{ΚΛ}}{R_1} = \frac{0,8}{2} = 0,4A$$

$$I_2 = \frac{V_{ΚΛ}}{R_2} = \frac{0,8}{2} = 0,4A$$

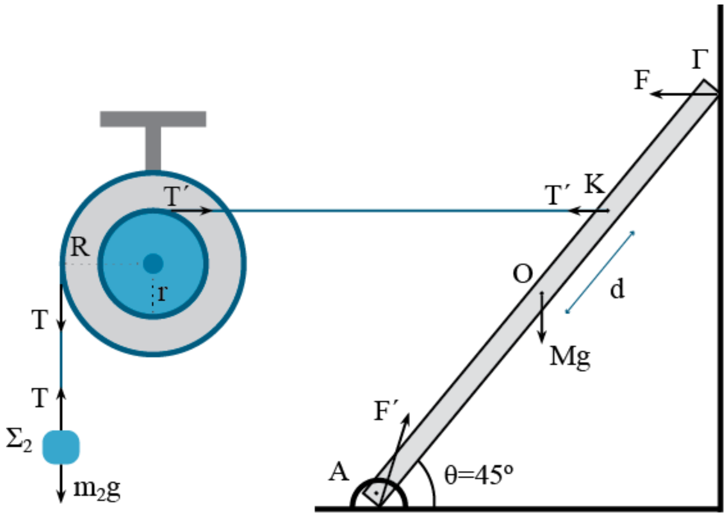
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την ισορροπία του σώματος m_2 παίρνουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T = m_2 g \Rightarrow T = 30N$$

Από την ισορροπία του κυλίνδρου παίρνουμε:

$$\Sigma T = 0 \Rightarrow T \cdot R = T' \cdot r = 0 \Rightarrow T \cdot 2r = T' \cdot r \Rightarrow T' = 2T \Rightarrow T' = 60N$$

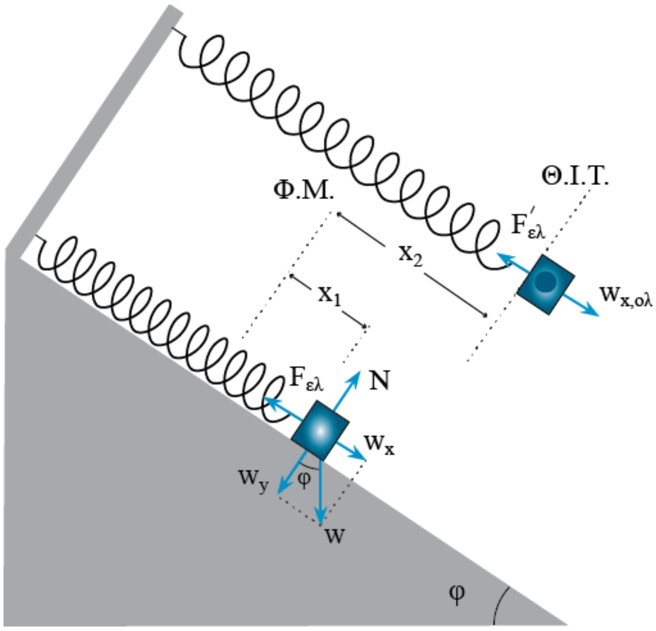


Από την ισορροπία της ράβδου παίρνουμε:

$$\Sigma T_{(A)}=0\Rightarrow w\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\theta-T'\left(\frac{\ell}{2}+d\right)\eta\mu\theta-F\ell\eta\mu\theta=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=60\left(\frac{\ell}{2}+\frac{\ell}{6}\right)\frac{\sqrt{2}}{2}+F\ell\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow 50=40+F\Rightarrow F=10N$$

Δ2. Από την αρχική και την τελική θέση ισορροπίας παίρνουμε:

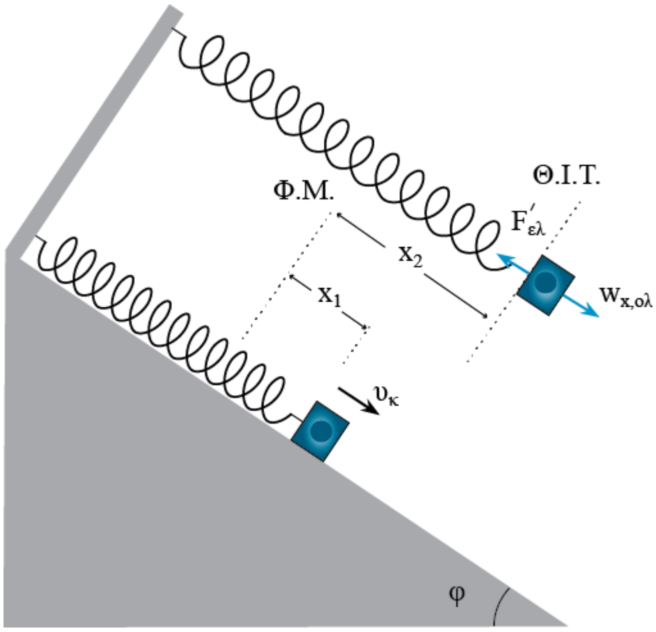


$$\Sigma F_x=0\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=w_x\Rightarrow Kx_1=m_1g\eta\mu\varphi\Rightarrow x_1=\frac{m_1g\eta\mu\varphi}{K}\Rightarrow x_1=\frac{1\cdot 10\cdot\frac{1}{2}}{100}=0,05m$$

$$\Sigma F_x=0\Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda}=w_{x,o\lambda}\Rightarrow Kx_2=(m_1+m_2)g\eta\mu\varphi\Rightarrow x_2=\frac{(m_1+m_2)g\eta\mu\varphi}{K}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_2=\frac{4\cdot 10\cdot\frac{1}{2}}{100}=\frac{20}{100}=0,2m$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας στον ταλαντωτή παίρνουμε:



$$K+U=E \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)υ_κ^2+\frac{1}{2}K(x_2-x_1)^2=\frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow 4\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2+100\cdot 0,0225=100A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\frac{27}{16}+2,25=100A^2 \Rightarrow 100A^2=9 \Rightarrow A=\frac{3}{10}=0,3\text{m}$$

Δ3. Υπολογίζουμε τη γωνιακή συχνότητα και την αρχική φάση της ταλάντωσης.

$$K=(m_1+m_2)ω^2 \Rightarrow 100=4\cdot ω^2 \Rightarrow ω=5\text{rad/s}$$

$$x=Aημ(ωt+φ) \Rightarrow -(x_2-x_1)=Aημφ \Rightarrow -0,15=0,3ημφ \Rightarrow$$

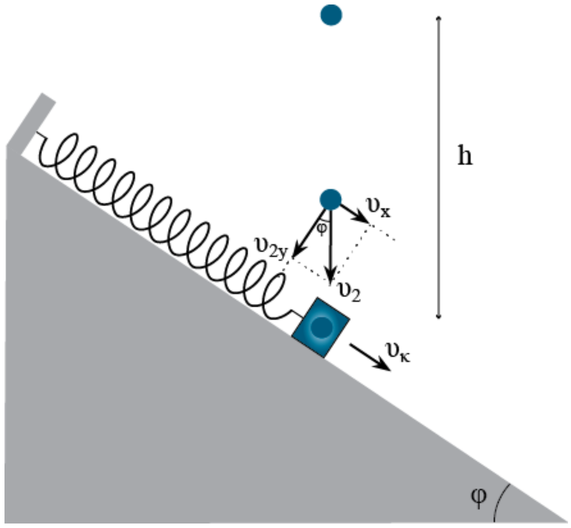
$$ημφ=-\frac{1}{2} \Rightarrow ημφ=ημ\left(-\frac{π}{6}\right) \Rightarrow \left| \begin{array}{l} φ=2κπ-\frac{π}{6} \xrightarrow{κ=1} φ=\frac{11π}{6} \\ φ=2κπ+\frac{7π}{6} \xrightarrow{κ=0} φ=\frac{7π}{6} \end{array} \right. \xrightarrow{υ>0} φ=\frac{11π}{6}\text{rad}$$

Και η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$x=Aημ(ωt+φ) \Rightarrow x=0,3ημ(5t+\frac{11π}{6}) \quad (\text{S.I.})$$

Δ4. Από τη διατήρηση της ορμής στην κρούση παίρνουμε:

$$\vec{P}_{αρχ}=\vec{P}_{τελ} \Rightarrow m_2υ_{2x}=(m_1+m_2)υ_κ \Rightarrow 3\cdot υ_2ημφ=4\frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow υ_2\frac{1}{2}=\sqrt{3} \Rightarrow υ_2=2\sqrt{3}\text{m/s}$$



Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην κίνηση του σώματος μάζας m_2 παίρνουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow m_2 g h = \frac{1}{2} m_2 υ_2^2 \Rightarrow 10h = \frac{1}{2}(2\sqrt{3})^2 \Rightarrow 10h = 6 \Rightarrow h = 0,6m$$

Δ5. Ο λόγος των μέτρων των δυνάμεων είναι:

$$\frac{F_{ελ}}{F_{επ}} = \frac{K(x_2 + A)}{KA} = \frac{0,5}{0,3} = \frac{5}{3}$$