ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ 2020

ΠΑΛΑΙΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

Ημερομηνία: Δευτέρα 22 Ιουνίου 2020

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. γ

Α3. α

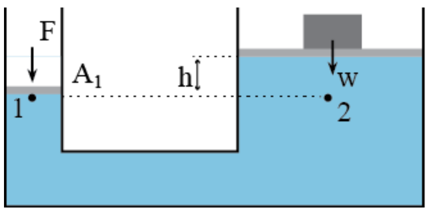
Α4. α

Α5. Σ, Λ, Λ, Λ, Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η ii.

Τα σημεία 1 και 2 που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο έχουν την ίδια πίεση.



$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{ατμ} + \frac{F}{A_1} = \frac{w}{A_2} + pgh + P_{ατμ} \Rightarrow \frac{F}{A_1} = \frac{w + pghA_2}{A_2}$$

Β2. Σωστή η ii.

$$\left.\begin{array}{l} ΠΑΣ - (ΠΒΣ - 2x_1) = κλ \\ ΠΑΣ - (ΠΒΣ + 2x_2) = (2κ+1)\dfrac{λ}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow 2x_2 - 2x_1 = \frac{λ}{2} \Rightarrow 2x_1 + 8 - 2x_1 = \frac{λ}{2} \Rightarrow λ = 16cm$$

Β3. Σωστή η iii.

Έστω ότι μετά την κρούση η ταχύτητα της σφαίρας Σ_2 είναι υ_2'.

Το ποσοστό της πρώτης σφαίρας που μεταφέρεται στη δεύτερη κατά την κρούση είναι:

$$\Pi_1 = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2} = \frac{m_2\left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)^2\upsilon_1^2}{m_1\upsilon_1^2} = \frac{\frac{m_2\cdot 4m_1^2}{(m_1+m_2)^2}}{m_1} \Rightarrow \Pi_1 = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}$$

Έστω ότι μετά την κρούση η ταχύτητα της σφαίρας Σ_1 είναι υ_1'.

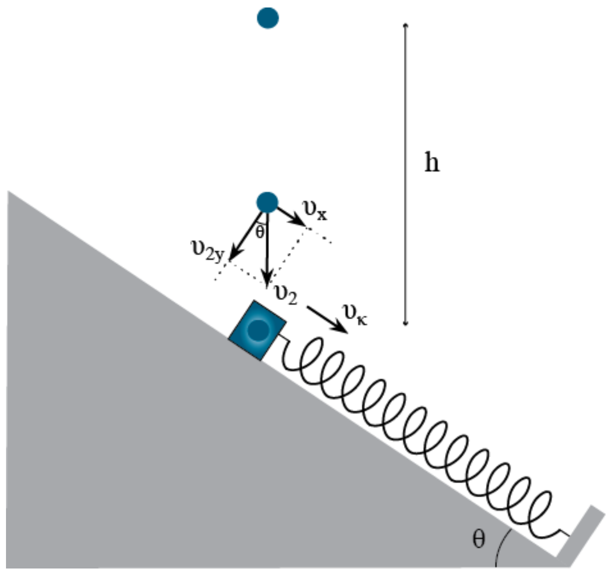
Ομοίως, το ποσοστό της δεύτερης σφαίρας που μεταφέρεται στην πρώτη κατά την κρούση είναι:

$$\Pi_2 = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2}{\frac{1}{2}m_2u_2^2} = \frac{m_1\left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)^2u_2^2}{m_2u_2^2} = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}$$

Άρα $\Pi_1=\Pi_2$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Με αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος Σ_2 πριν την κρούση.



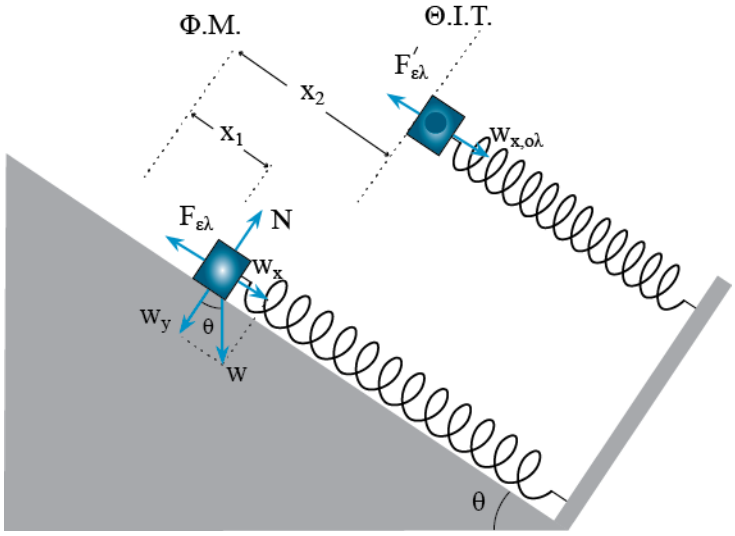
$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow m_2 gh = \frac{1}{2} m_2 υ_2^2 \Rightarrow υ_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} m/s$$

Με διατήρηση της ορμής στην κρούση υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος.

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_2 υ_{2x} = (m_1 + m_2) υ_κ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 υ_2 ημθ = (m_1 + m_2) υ_κ \Rightarrow 3 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 4 υ_κ \Rightarrow υ_κ = \frac{3\sqrt{3}}{4} m/s$$

Γ2. Από την αρχική και την τελική θέση ισορροπίας παίρνουμε:



$$ΣF_x = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_x \Rightarrow Kx_1 = m_1 g ημφ \Rightarrow x_1 = \frac{m_1 g ημφ}{K} \Rightarrow x_1 = \frac{1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{100} = 0,05m$$

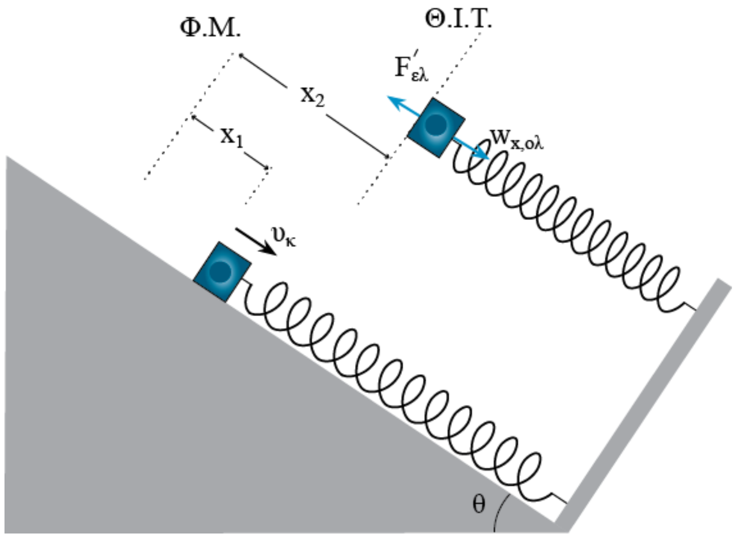
$$ΣF_x = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = w_{x,ολ} \Rightarrow Kx_2 = (m_1 + m_2) g ημφ \Rightarrow x_2 = \frac{(m_1 + m_2) g ημφ}{K} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{100} = \frac{20}{100} = 0,2m$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας στον ταλαντωτή παίρνουμε:

$$K + U = E \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2) υ_κ^2 + \frac{1}{2} K (x_2 - x_1)^2 = \frac{1}{2} K A^2 \Rightarrow 4 \left(\frac{3\sqrt{3}}{4} \right)^2 + 100 \cdot 0,0225 = 100 A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \frac{27}{16} + 2,25 = 100 A^2 \Rightarrow 100 A^2 = 9 \Rightarrow A = \frac{3}{10} = 0,3m$$



Γ3. Υπολογίζουμε τη γωνιακή συχνότητα και την αρχική φάση της ταλάντωσης.

$$K=(m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow 100=4\cdot\omega^2 \Rightarrow \omega=5\mathrm{rad/s}$$

$$x=A\eta\mu(\omega t+\varphi)\Rightarrow x_2-x_1=A\eta\mu\varphi \Rightarrow 0{,}15=0{,}3\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$\eta\mu\varphi=\frac{1}{2}\Rightarrow \eta\mu\varphi=\eta\mu\frac{\pi}{6}\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \varphi=2\kappa\pi+\dfrac{\pi}{6}\xrightarrow{\kappa=0}\varphi=\dfrac{\pi}{6} \\ \varphi=2\kappa\pi+\dfrac{5\pi}{6}\xrightarrow{\kappa=0}\varphi=\dfrac{5\pi}{6} \end{array}\right. \xrightarrow{\upsilon<0}\varphi=\frac{5\pi}{6}\mathrm{rad}$$

Και η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

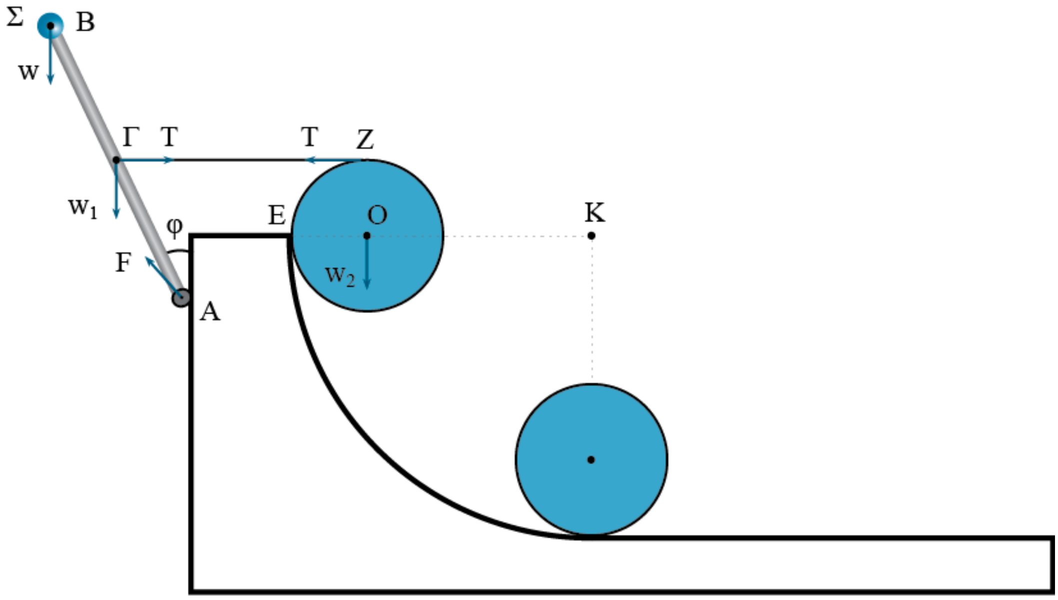
$$x=A\eta\mu(\omega t+\varphi)\Rightarrow x=0{,}3\eta\mu(5t+\frac{5\pi}{6}) \qquad (\mathrm{S.I.})$$

Γ4. Υπολογίζουμε την απομάκρυνση του συσσωματώματος όταν ισχύει K=8U.

$$\frac{|F_{τελ}|}{|F_{επ}|}=\frac{K(x_2+x')}{Kx'}=\frac{0{,}2+0{,}1}{0{,}1}=3$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. i) Από την ισορροπία της ράβδου παίρνουμε:



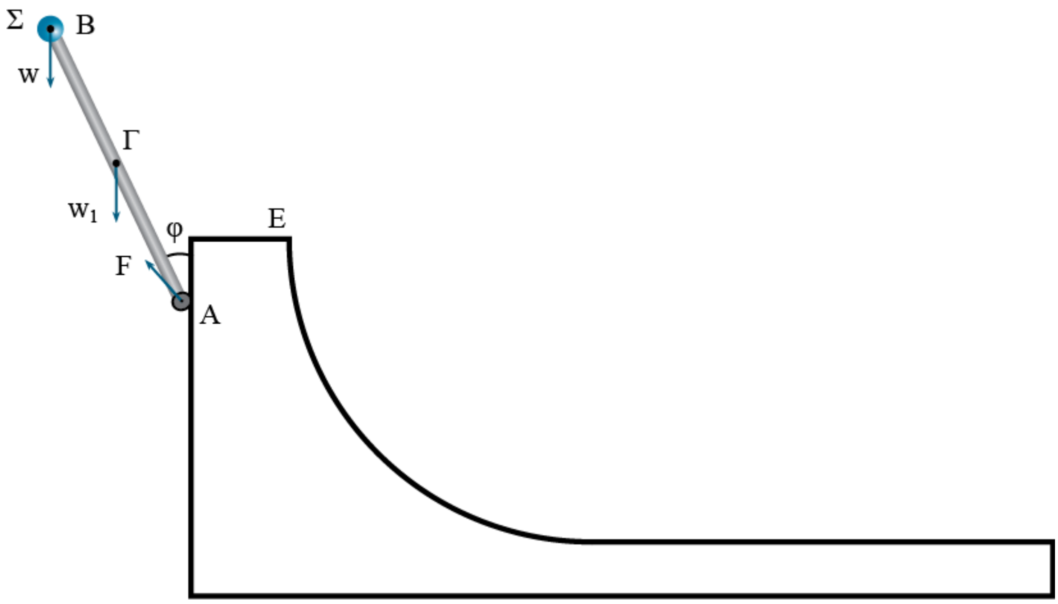
$$\Sigma\tau_{(A)}=0\Rightarrow w\ell\eta\mu\varphi+w_1\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi-T\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi=0\Rightarrow 10\cdot 0,6+30\cdot 0,6=\frac{T}{2}0,8\Rightarrow T=60N$$

ii) Από την ισορροπία του δίσκου παίρνουμε:

$$\Sigma\tau_{(O)}=0\Rightarrow Tr-w_2r=0\Rightarrow w_2=T\Rightarrow T=M_2g\Rightarrow 60=M_2\cdot 10\Rightarrow M_2=6Kg$$

Δ2. Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – υλικό σημείο.

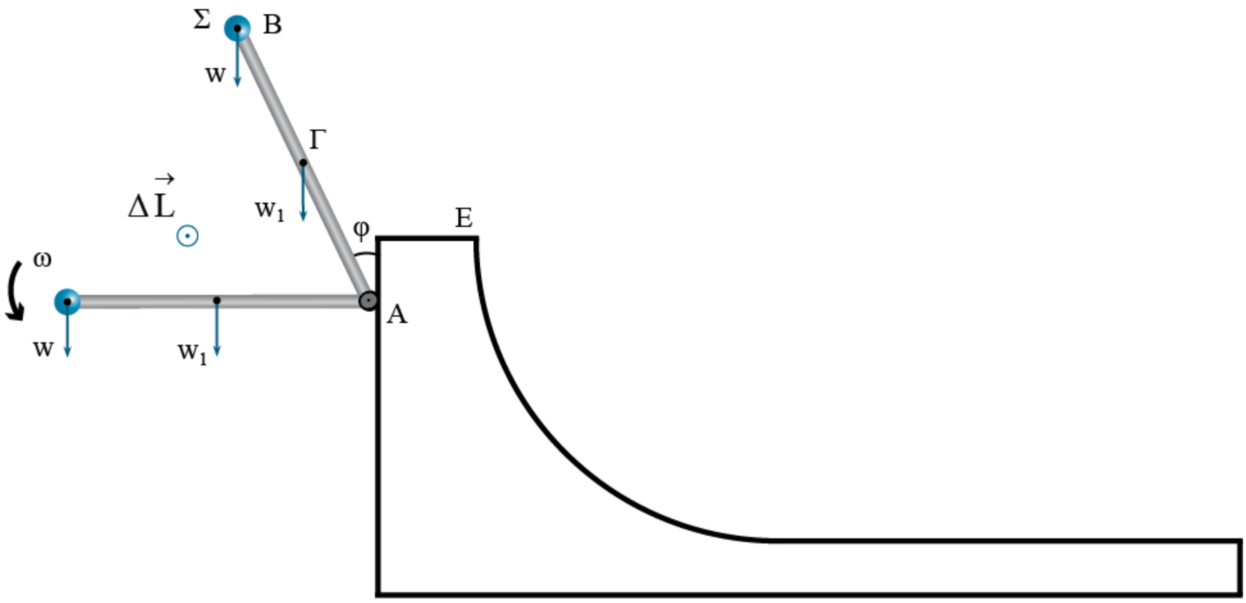
$$I_\Sigma=I_\rho+m\ell^2=\frac{1}{3}m_1\ell^2+m\ell^2=3Kg\cdot m^2$$



Με νόμο της στροφικής κίνησης υπολογίζουμε τη γωνιακή επιτάχυνση.

$$\Sigma\tau_{(A)} = I_\Sigma \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow w\ell\eta\mu\varphi + w_1\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi = I_\Sigma\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 6+18 = 3\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 8\text{rad}/\text{s}^2$$

Δ3. i) Με Θ.Μ.Κ.Ε. υπολογίζουμε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος στην οριζόντια θέση.



$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_w + W_{w_1} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow mg\ell\sigma\upsilon\nu\varphi + m_1 g\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{1}{2}I_\Sigma\omega^2 \Rightarrow$$

$$8+24 = \frac{3}{2}\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{64}{3} \Rightarrow \omega = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{rad}/\text{s}$$

Και το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του συστήματος είναι:

$$\left|\vec{\Delta L}\right| = \left|\vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{L}_{\alpha\rho\chi}\right| \Rightarrow |\Delta L| = I_A\omega_2 \Rightarrow |\Delta L| = 3\frac{8\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}\text{Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

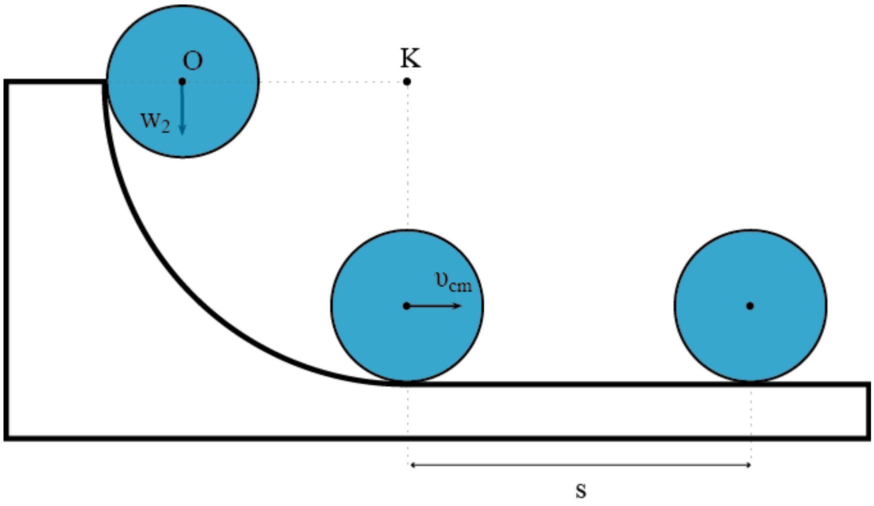
ii) Η κατεύθυνση της στροφορμής είναι από το επίπεδο του σχήματος προς τα έξω.

Δ4. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2 g(R-r) = \frac{1}{2}m_2\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 g(R-r) = \frac{1}{2}m_2\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}m_2 r^2\omega^2 \Rightarrow g(R-r) = \frac{3}{4}\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow 10(2{,}8-0{,}1) = \frac{3}{4}\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot 27 = 3\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow \upsilon_{cm} = 6\text{m}/\text{s}$$



Δ5. i) Ο αριθμός των περιστροφών του δίσκου κατά την κύλισή του στο τεταρτοκύκλιο είναι:

$$s_1 = (R-r)\frac{\pi}{2} \xrightarrow{s_1=\varphi_1 \cdot r} \varphi_1 \cdot r = (R-r)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_1 = (R-r)\frac{\pi}{2r} = \frac{27\pi}{2}\text{rad}$$

$$N_1 = \frac{\varphi_1}{2\pi} = \frac{\frac{27\pi}{2}}{2\pi} = \frac{27}{4}\text{περιστροφές}$$

ii) Ο αριθμός των περιστροφών του δίσκου κατά την κύλισή του στο οριζόντιο δάπεδο εί-
ναι:

$$s_2 = \upsilon_{cm}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{6}\text{s}$$

$$\upsilon_{cm} = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{\upsilon_{cm}}{r} = 60\text{rad/s}$$

$$\varphi_2 = \omega\Delta t \Rightarrow \varphi_2 = 60\frac{\pi}{6} = 10\text{rad}$$

$$N_2 = \frac{\varphi_2}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5\,\text{περιστροφές}$$