

ΤΑΞΗ: Γ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

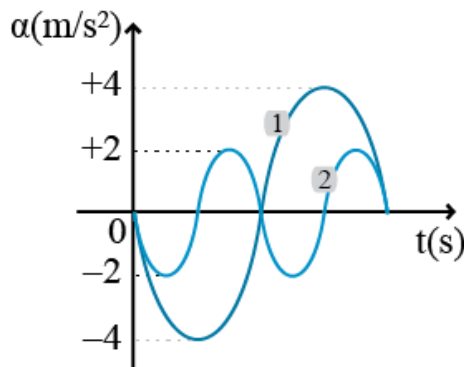
Ημερομηνία: Σάββατο 20 Μαρτίου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **A1 – A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

A1. Δυο σώματα ίσης μάζας εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ενέργειες E_1 και E_2 αντίστοιχα. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η μεταβολή της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για κάθε σώμα.



Ο λόγος των ενεργειών είναι:

α. $\frac{E_1}{E_2} = 1$

β. $\frac{E_1}{E_2} = 4$

γ. $\frac{E_1}{E_2} = 8$

δ. $\frac{E_1}{E_2} = 16$

Μονάδες 5

A2. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, η δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση είναι της μορφής $F' = -bv$ και το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{(-\ln 2)t}$. Τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_1 = 1\text{J}$, ενώ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 το έργο της δύναμης αντίστασης είναι $W' = -9\text{J}$.

α. Η αρχική ενέργεια της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ είναι $E_0 = 8\text{J}$.

β. Η σταθερά της εκθετικής μείωσης είναι $\Lambda = -\ln 2/t_1$.

γ. Τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με το 1/10 αυτής που είχε τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

δ. Ο ρυθμός με τον οποίο χάνει ενέργεια η ταλάντωση είναι σταθερός.

Μονάδες 5

A3. Μια δύναμη F ασκείται κάθετα σε μια επιφάνεια εμβαδού A . Η δύναμη προκαλεί μια πίεση p . Αν μια διπλάσια δύναμη $2F$ ασκηθεί κάθετα σε επιφάνεια διπλάσιου εμβαδού $2A$, τότε η πίεση που θα προκαλέσει είναι:

α. ίση με την πίεση p .

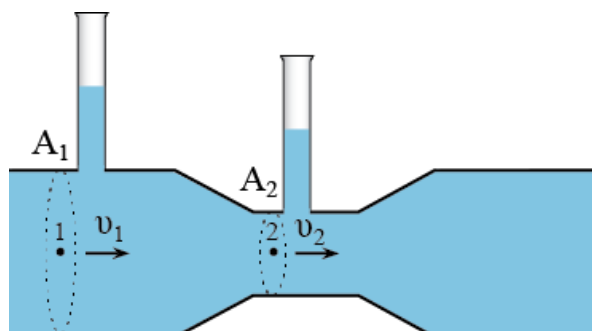
β. διπλάσια από την πίεση p .

γ. ίση με το μισό της πίεσης p .

δ. τριπλάσια από την πίεση p .

Μονάδες 5

A4. Στο σωλήνα διπλής διατομής του παρακάτω σχήματος ρέει νερό. Οι κατακόρυφοι σωλήνες είναι ανοιχτοί από πάνω και επικοινωνούν με την ατμόσφαιρα όπου η πίεση είναι $p_{\text{ατμ}}$.



- α. Για τις ταχύτητες του νερού ισχύει $v_1 > v_2$.
- β. Για τις παροχές στις δυο διατομές ισχύει $\Pi_1 > \Pi_2$.
- γ. Για τις πιέσεις στα δυο σημεία ισχύει $p_1 > p_2$.
- δ. Οι πιέσεις στα δυο σημεία είναι $p_1 = p_2 = p_{ατμ}$.

Μονάδες 5

A5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

- α. Για να εκτελεί ένα σώμα απλή αρμονική ταλάντωση πρέπει να ασκείται σ' αυτό συνισταμένη δύναμη της μορφής $\Sigma F = -Dx$ όπου D μια θετική σταθερά και x η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας.
- β. Σε κάθε απλή αρμονική ταλάντωση, η απομάκρυνση και η επιτάχυνση έχουν την ίδια φάση.
- γ. Η υδροστατική πίεση σε ένα σημείο ενός ιδανικού ρευστού που ισορροπεί, εξαρτάται από την πυκνότητα του ρευστού.
- δ. Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου για μια μάζα Δm ενός ιδανικού ρευστού πυκνότητας ρ που κινείται με ταχύτητα v δίνεται από τη σχέση ρv^2 .
- ε. Ο νόμος του Bernoulli εκφράζει την αρχή διατήρησης της ορμής στα ρευστά.

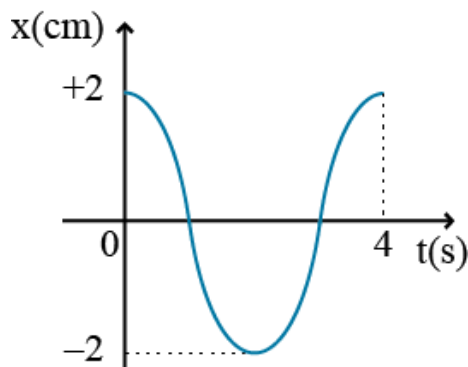
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

B1. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα είναι ίση με το άθροισμα των ενεργειών των αρχικών ταλαντώσεων ($E = E_1 + E_2$). Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η μεταβολή της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο για μια περίοδο.

Αν η χρονική εξίσωση που δίνει την απομάκρυνση της πρώτης ταλάντωσης είναι

$$x_1 = 1\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ το } x_1 \text{ σε cm το } t \text{ σε s, η χρονική εξίσωση της δεύτερης είναι:}$$



α. $x_2 = 1\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

β. $x_2 = \sqrt{3}\eta\mu\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)$

γ. $x_2 = \sqrt{3}\eta\mu\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$

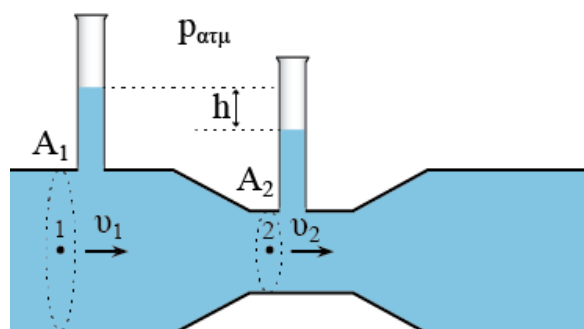
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

- B2.** Στο σωλήνα διπλής διατομής του παρακάτω σχήματος ρέει νερό. Οι κατακόρυφοι σωλήνες είναι ανοιχτοί από πάνω και επικοινωνούν με την ατμόσφαιρα όπου η πίεση είναι $p_{ατμ}$. Οι διατομές στα δυο τμήματα του σωλήνα συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση $A_1=3A_2$ και οι ταχύτητες στα δυο τμήματα είναι v_1 και v_2 . Αν g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας και h η διαφορά ύψους του νερού στους κατακόρυφους σωλήνες, το μέτρο της ταχύτητας v_1 είναι:



α. $v_1 = \sqrt{gh}$

β. $v_1 = \frac{\sqrt{gh}}{3}$

γ. $v_1 = \frac{\sqrt{gh}}{2}$

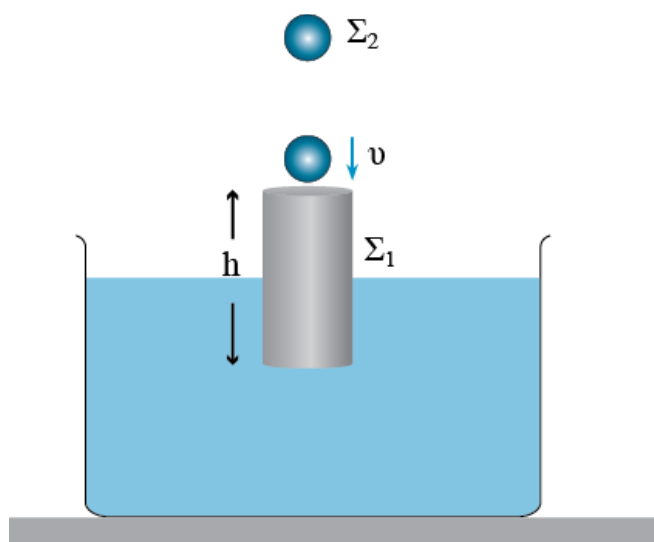
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

- B3.** Ένας κύλινδρος Σ_1 ύψους h και μάζας $m_K=3m$ είναι βυθισμένος κατά $h/2$ μέσα σε υγρό πυκνότητας ρ . Πάνω από τον κύλινδρο και στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονά του βρίσκεται μια σφαίρα μάζας $m_\Sigma=m$. Αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη να κινηθεί και αυτή φτάνει στον κύλινδρο με ταχύτητα μέτρου v . Η κρούση των δυο σωμάτων που ακολουθεί είναι μετωπική και ελαστική. Μετά την κρούση ο κύλινδρος σταματάει για πρώτη φορά σε χρόνο t_K όταν η πάνω βάση του φτάσει στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, ενώ η σφαίρα σταματάει για πρώτη φορά σε χρόνο t_Σ και στη συνέχεια απομακρύνεται. Αν g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, ο λόγος $\frac{t_K}{t_\Sigma}$ είναι:



α. $\frac{t_K}{t_\Sigma} = \frac{\pi}{v} \sqrt{\frac{gh}{2}}$

$$\beta. \frac{t_K}{t_\Sigma} = \frac{\pi}{2\nu} \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

$$\gamma. \frac{t_K}{t_\Sigma} = \frac{3\pi}{\nu} \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

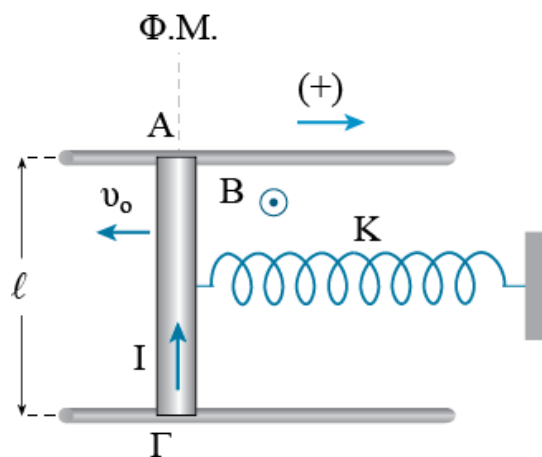
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Στο παρακάτω σχήμα ο αγωγός ΑΓ μάζας $m=1\text{Kg}$ και μήκους $\ell=0,5\text{m}$ ο οποίος μπορεί να κινείται χωρίς τριβές στο οριζόντιο επίπεδο πάνω στα δυο σύρματα μεγάλου μήκους, είναι στερεωμένος από το κέντρο μάζας του σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K=100\text{N/m}$. Αρχικά το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και ο αγωγός ισορροπεί. Κάθετα στο επίπεδο των συρμάτων υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=4\text{T}$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ τροφοδοτούμε τον αγωγό με ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης $I=2\text{A}$ με κατεύθυνση αυτήν που φαίνεται στο σχήμα, ενώ ταυτόχρονα του δίνουμε αρχική ταχύτητα $v_0 = 0,4\sqrt{3}\text{ m/s}$ με κατεύθυνση προς τα αριστερά. Ο αγωγός εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς K .



- Γ1.** Να υπολογίσετε το λόγο της κινητικής ενέργειας που έχει ο αγωγός τη χρονική στιγμή $t_0=0$, προς την κινητική ενέργεια που έχει όταν η δύναμη του ελατηρίου είναι ίση με τη δύναμη Laplace.

Μονάδες 5

Γ2. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της ορμής του αγωγού και να τη σχεδιάσετε για χρόνο μιας περιόδου.

Μονάδες 5+2

Γ3. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία η κινητική ενέργεια του αγωγού είναι τριπλάσια από τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του αγωγού για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t_0=0$.

Μονάδες 5

Τη χρονική στιγμή $t_2=0,4\pi\text{s}$ καταργούμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.

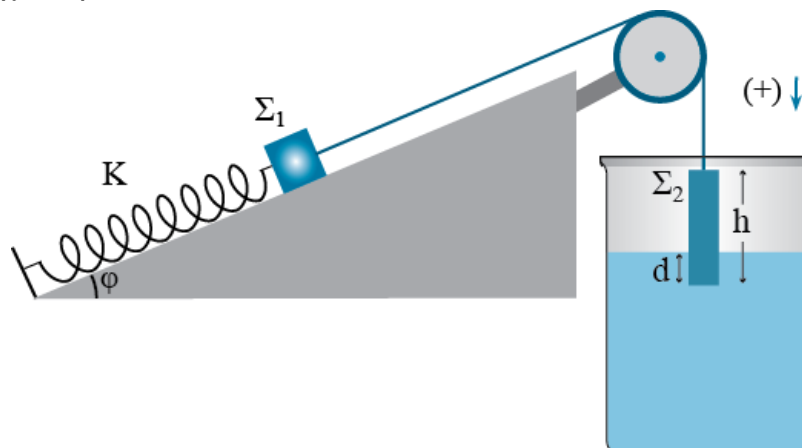
Γ4. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_3 στην οποία ο αγωγός θα έχει διανύσει συνολικό διάστημα $d=0,7\text{m}$.

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης και να πάρετε θετική την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα.

ΘΕΜΑ Δ

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα Σ_1 έχει μάζα m_1 και είναι στερεωμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο και βρίσκεται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$. Με ένα αβαρές νήμα και μέσω μιας αβαρούς τροχαλίας το σώμα Σ_1 συνδέεται με ένα κύλινδρο Σ_2 μάζας $m_2=0,9\text{Kg}$ ύψους $h=0,2\text{m}$ και διατομής $A=100\text{cm}^2$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί με το ελατήριο να βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και ο κύλινδρος να είναι βυθισμένος κατά $d=4\text{cm}$, μέσα σε δοχείο που περιέχει νερό.



Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 του σώματος Σ_1 .

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ κόβουμε το νήμα.

Δ2. Αν το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας του σώματος Σ_1 γίνεται μέγιστο για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή $t_1=0,1\pi\text{s}$, μετά τη χρονική στιγμή $t_0=0$, να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου.

Μονάδες 5

Δ3. i. Να δείξετε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να γράψετε την χρονική εξίσωση της απομάκρυνσής του από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

ii. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα απομάκρυνσης – χρόνου για χρόνο μιας περιόδου της ταλάντωσης.

Μονάδες 2

Δ4. Να υπολογίσετε το λόγο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης προς τη δύναμη που ασκείται στην κάτω βάση του κυλίνδρου λόγω της πίεσης στο σημείο αυτό, όταν ο κύλινδρος βρίσκεται στη θέση $x=+A$, όπου A το πλάτος της ταλάντωσής του.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε θετική την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα.

Δίνονται, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3\text{Kg/m}^3$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{ατμ}}=10^5\text{N/m}^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **A1 – A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

- A1.** δ
A2. γ
A3. α
A4. γ
A5. Σ, Λ, Σ, Λ, Λ

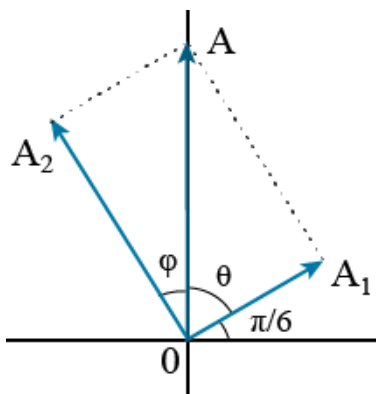
ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή η γ.

Από τη σχέση των ενεργειών παίρνουμε:

$$E = E_1 + E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}DA_1^2 + \frac{1}{2}DA_2^2 \Rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 \Rightarrow A_2 = \sqrt{3} \text{ cm}$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι η διαφορά φάσης μεταξύ των δυο ταλαντώσεων είναι $\pi/2$.



Από το σχήμα παίρνουμε:

$$\cos\theta = \frac{A_1}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Επομένως η χρονική εξίσωση της δεύτερης ταλάντωσης είναι:

$$x_2 = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \sqrt{3}\eta\mu\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

B2. Σωστή η γ.

Υπολογίζουμε τη διαφορά πίεσης.

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= p_{\text{ατμ}} + \rho g h_1 \\ p_2 &= p_{\text{ατμ}} + \rho g h_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_1 - p_2 = \rho g h_1 - \rho g h_2 \Rightarrow \Delta p = \rho g (h_1 - h_2) \Rightarrow \Delta p = \rho g h$$

Όπου h_1 και h_2 το ύψος της στήλης του νερού στους κατακόρυφους σωλήνες.

Από το νόμο της συνέχειας παίρνουμε:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow 3A_2 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = 3v_1$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli.

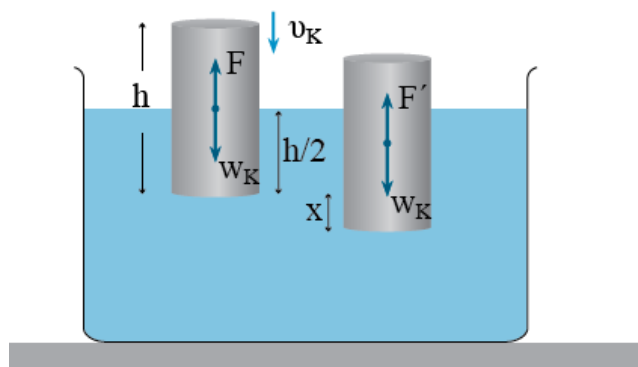
$$\begin{aligned} p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta p &= \frac{1}{2}\rho(9v_1^2 - v_1^2) \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2}\rho 8v_1^2 \Rightarrow \rho g h = 4\rho v_1^2 \Rightarrow v_1 = \frac{\sqrt{gh}}{2} \end{aligned}$$

B3. Σωστή η α.

Οι ταχύτητες των δυο σωμάτων μετά την ελαστική κρούση είναι:

$$\begin{aligned} v_{\Sigma} &= \frac{m - 3m}{m + 3m} v = \frac{-2m}{4m} v = -\frac{v}{2} \\ v_{\kappa} &= \frac{2m}{m + 3m} v = \frac{2m}{4m} v = \frac{v}{2} \end{aligned}$$

Μετά την κρούση ο κύλινδρος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Υπολογίζουμε τη σταθερά της ταλάντωσης.



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w_K = F \Rightarrow m_K g = \rho A \Rightarrow m_K g = \rho g \frac{h}{2} A$$

$$\Sigma F = m_K g - \rho' A = m_K g - \rho g \left(\frac{h}{2} + x \right) A = m_K g - \rho g \frac{h}{2} A - \rho g x A = -\rho g A x$$

$$D = \rho g A$$

Ο χρόνος κίνησης του κυλίνδρου είναι:

$$t_K = \frac{T}{4} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m_K}{D}}}{4} \xrightarrow{m_K = \rho \frac{h}{2} A} t_K = \frac{2\pi \sqrt{\frac{\rho \frac{h}{2} A}{\rho g A}}}{4} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{h}{2g}}}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{h}{2g}}$$

Ο χρόνος κίνησης της σφαίρας είναι:

$$v_\Sigma = \frac{v}{2} - g t_\Sigma \xrightarrow{v_\Sigma = 0} g t_\Sigma = \frac{v}{2} \Rightarrow t_\Sigma = \frac{v}{2g}$$

Και ο λόγος των χρόνων είναι:

$$\frac{t_K}{t_\Sigma} = \frac{\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{h}{2g}}}{\frac{v}{2g}} = \frac{\pi g}{v} \sqrt{\frac{h}{2g}} = \frac{\pi}{v} \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Όταν η δύναμη του ελατηρίου είναι ίση με τη δύναμη Laplace, ο αγωγός βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Υπολογίζουμε τη μέγιστη ταχύτητα του αγωγού και στη συνέχεια το λόγο των κινητικών ενεργειών.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow BIl = Kx_1 \Rightarrow x_1 = 0,04\text{m}$$

$$K_T + U_T = E_T \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}Kx_1^2 = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow A = 0,08\text{m}$$

$$K = m\omega^2 \Rightarrow \omega = 10\text{rad/s}$$

$$v_{\max} = A\omega = 0,8\text{m/s}$$

$$\frac{K_0}{K_{\max}} = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2}{\frac{1}{2}mv_{\max}^2} = \frac{3}{4}$$

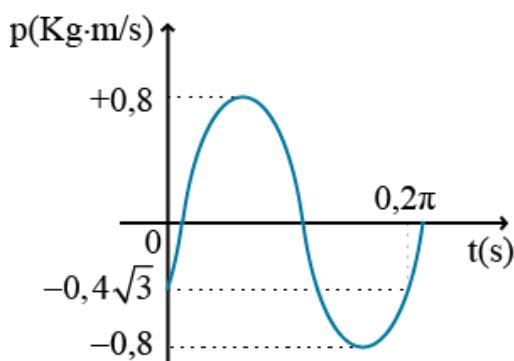
Γ2. Υπολογίζουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης και γράφουμε την εξίσωση της ορμής σε συνάρτηση με το χρόνο.

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi) \xrightarrow{t=0} -0,04 = 0,08\eta\mu\varphi \Rightarrow \eta\mu\varphi = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu\varphi = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow{v<0} \varphi = \frac{7\pi}{6}\text{rad}$$

$$p = mv_{\max} \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi) = 0,8\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{7\pi}{6}\right)$$

Το διάγραμμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Γ3. Από τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση παίρνουμε:

$$K_T + U_T = E_T \xrightarrow{K_T=3U_T} 4U_T = E_T \Rightarrow 4\frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2 \xrightarrow{\text{ληφορά}} x_1 = -\frac{A}{2}$$

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi) \Rightarrow -\frac{A}{2} = A\eta\mu\left(10t + \frac{7\pi}{6}\right) \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{15}\text{s}$$

Γ4. Όταν καταργούμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος, το πλάτος και η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης αλλάζουν. Η χρονική στιγμή t_2 είναι ίση με δυο περιόδους της ταλάντωσης.

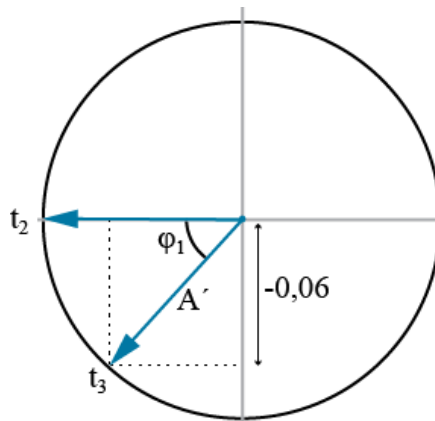
$$v'_{\max} = v_o = 0,4\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$v'_{\max} = A'\omega \Rightarrow A' = 0,04\sqrt{3} \text{ m}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2\pi \text{ s}$$

$$d = 8A + x \Rightarrow 0,7 = 0,64 + x \Rightarrow x = 0,06 \text{ m}$$

Βρίσκουμε το χρόνο στον οποίο ο αγωγός θα έχει διανύσει διάστημα $x=0,06\text{m}$ και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή t_3 .



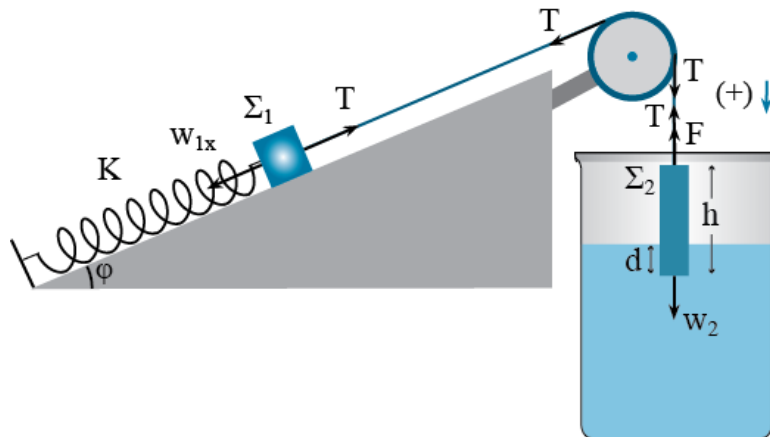
$$\eta\mu\varphi_1 = \frac{0,06}{0,04\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\varphi_1 = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{3} = 10\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{30} \text{ s}$$

$$t_3 = 0,4\pi + \frac{\pi}{30} = \frac{13\pi}{30} \text{ s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την ισορροπία του κυλίνδρου παίρνουμε:



$$\begin{aligned} \Sigma F = 0 \Rightarrow F + T = w_2 \Rightarrow p_{\text{υδρ}} A + T = m_2 g \Rightarrow \rho g d A + T = m_2 g \Rightarrow \\ \Rightarrow 10^3 \cdot 10 \cdot 0,04 \cdot 100 \cdot 10^{-4} + T = 0,9 \cdot 10 \Rightarrow T = 5 \text{ N} \end{aligned}$$

Από την ισοροπία του σώματος Σ_1 παίρνουμε:

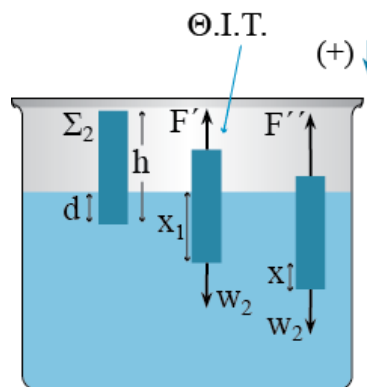
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w_{1x} = T \Rightarrow m_1 g \sin \phi = T \Rightarrow m_1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \Rightarrow m_1 = 1 \text{ Kg}$$

Δ2. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος Σ_1 γίνεται μέγιστος για πρώτη φορά μετά από χρόνο $T/2$. Υπολογίζουμε την περίοδο της ταλάντωσης και στη συνέχεια τη σταθερά του ελατηρίου.

$$t_1 = \frac{T}{2} \Rightarrow 0,1\pi = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 0,2\pi \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{K}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m_1}{K} \Rightarrow 0,4 = 40 \frac{1}{K} \Rightarrow K = 100 \text{ N / m}$$

Δ3. i. Στη θέση ισοροπίας του κυλίνδρου και στην τυχαία θέση παίρνουμε:



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F' = w_2 \Rightarrow \rho g x_1 A = m_2 g$$

$$\Sigma F = w_2 - F'' = m_2 g - \rho g (x_1 + x) A = m_2 g - \rho g x_1 A - \rho g x A = -\rho g A x$$

Άρα ο κύλινδρος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς:

$$D = \rho g A = 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 100 \text{ N/m}$$

Υπολογίζουμε τη γωνιακή συχνότητα και το πλάτος της ταλάντωσης.

$$D = m_2 \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m_2}} = \sqrt{\frac{100}{0,9}} = \sqrt{\frac{1000}{9}} = \frac{10\sqrt{10}}{3} \text{ rad/s}$$

$$\rho g x_1 A = m_2 g \Rightarrow x_1 = \frac{m_2 g}{\rho g A} = \frac{0,9 \cdot 10}{10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = 0,09 \text{ m}$$

$$A_T = x_1 - d = 0,09 - 0,04 = 0,05 \text{ m}$$

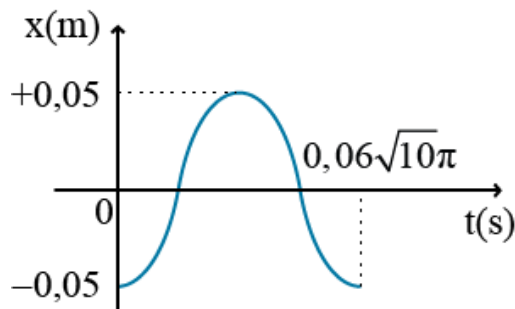
Υπολογίζουμε την αρχική φάση και γράφουμε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης.

$$x = A_T \eta\mu(\omega t + \varphi) \xrightarrow{t=0} -A_T = A_T \eta\mu\varphi \Rightarrow \eta\mu\varphi = -1 \Rightarrow \eta\mu\varphi = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

$$x = A_T \eta\mu(\omega t + \varphi) = 0,05 \eta\mu\left(\frac{10\sqrt{10}}{3} t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

ii. Το διάγραμμα της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{10\sqrt{10}}{3}} = \frac{6\pi}{10\sqrt{10}} = 0,06\sqrt{10}\pi \text{ s}$$



Δ4. Η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης είναι:

$$F_{\varepsilon\pi} = -DA_T = -100 \cdot 0,05 = -5 \text{ N}$$

Η δύναμη που οφείλεται στην πίεση στο παραπάνω σημείο είναι:

$$F_p = -pA = -[p_{\text{ατμ}} + \rho g(2A_T + d)]A = -(10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 0,14)100 \cdot 10^{-4} = -1014 \text{ N}$$

Και ο λόγος των δυνάμεων είναι:

$$\frac{F_{\varepsilon\pi}}{F_p} = \frac{5}{1014}$$