ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ 2021

Ημερομηνία: Τρίτη 22 Ιουνίου 2021

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. γ

Α2. δ

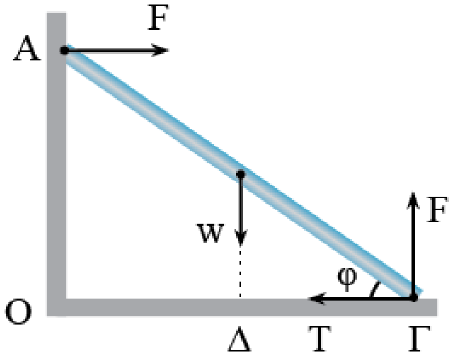
Α3. γ

Α4. β

Α5. Σ, Λ, Σ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η ii.



Από την ισορροπία της σκάλας παίρνουμε:

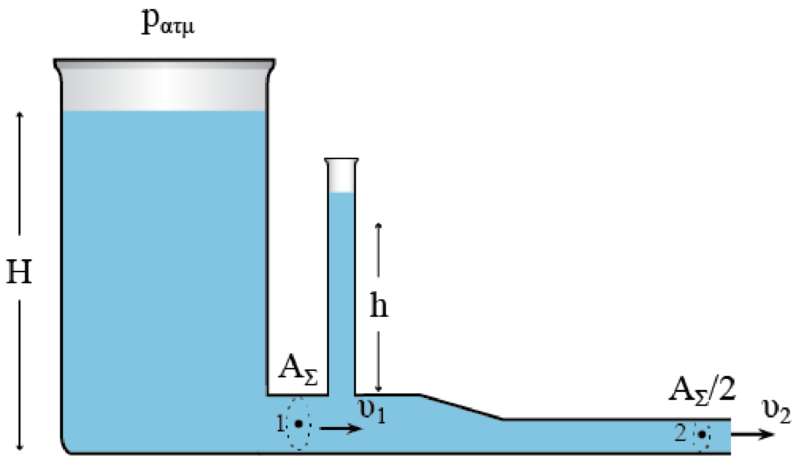
$$\Sigma\tau_{(\Gamma)}=0 \Rightarrow F(OA)-w(\Gamma\Delta)=0 \Rightarrow F\ell\eta\mu\varphi = w\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi}=\frac{w}{2F} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi=\frac{w}{2F} \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma F_x=0 \Rightarrow F=T=\mu F'\\ \Sigma F_y=0 \Rightarrow F'=w\end{array}\right\} \Rightarrow F=\mu w \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{w}{2F} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \frac{w}{2\mu w} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{2\mu}$$

Β2. Σωστή η i.



Η ταχύτητα του ρευστού στο σημείο 2 είναι:

$$\upsilon_2 = \sqrt{2gH}$$

Από την εξίσωση της συνέχειας στα σημεία 1 και 2 παίρνουμε:

$$A_\Sigma \upsilon_1 = \frac{A_\Sigma}{2}\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{2}$$

Από την εξίσωση του Bernoulli στα σημεία 1 και 2 παίρνουμε:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \xrightarrow{p_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{w}{A} + \rho g h} p_{\alpha\tau\mu} + \frac{w}{A} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho\frac{\upsilon_2^2}{4} = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{w}{A} + \rho g h = \frac{3}{4}\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Rightarrow \frac{w}{A} = \frac{3}{4}\frac{1}{2}\rho 2gH - \rho g\frac{H}{4} \Rightarrow \frac{w}{A} = \rho g\frac{H}{2} \Rightarrow w = \frac{\rho g H A}{2}$$

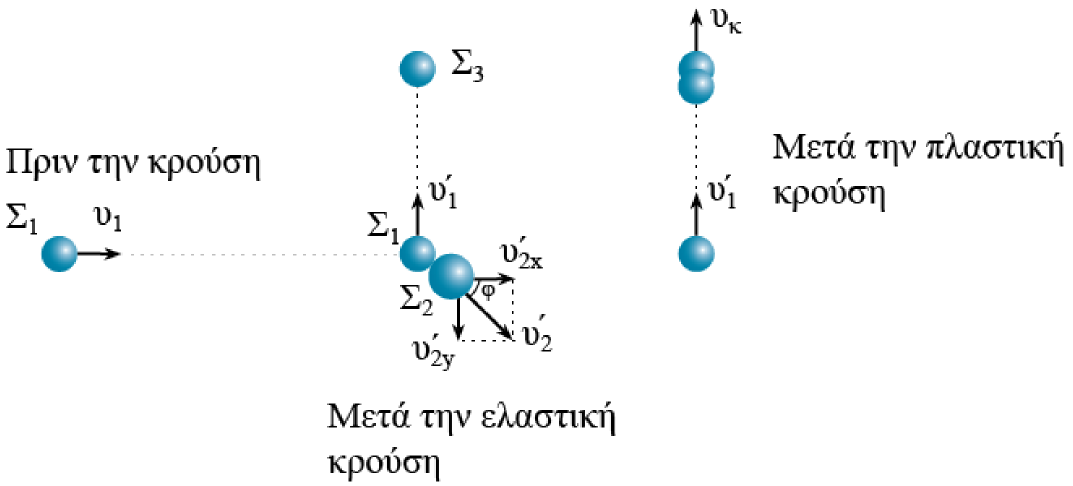
Β3. Σωστή η iii.

Από τη διατήρηση της ορμής στον άξονα x και y παίρνουμε:

$$\vec{p}_{x,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{x,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon'_{2x} \Rightarrow m\upsilon_1 = 2m\upsilon'_2\sigma\upsilon\nu 30^o \Rightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon'_2\sigma\upsilon\nu 30^o$$

$$\vec{p}_{y,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{y,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1\upsilon'_1 - m_2\upsilon'_{2y} \Rightarrow m\upsilon'_1 = 2m\upsilon'_2\eta\mu 30^o \Rightarrow \upsilon'_1 = 2\upsilon'_2\eta\mu 30^o$$

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_1'}=\frac{2\upsilon_2'\sigma\upsilon\nu 30^o}{2\upsilon_2'\eta\mu 30^o}\Rightarrow\frac{\upsilon_1}{\upsilon_1'}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}\Rightarrow\frac{\upsilon_1}{\upsilon_1'}=\sqrt{3}\Rightarrow\upsilon_1'=\frac{\sqrt{3}}{3}\upsilon_1$$



Από τη διατήρηση της ορμής στην πλαστική κρούση παίρνουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi}=\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}\Rightarrow m_1\upsilon_1'=\left(m_1+m_3\right)\upsilon_\kappa\Rightarrow m\upsilon_1'=2m\upsilon_\kappa\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}\upsilon_1=2\upsilon_\kappa\Rightarrow\upsilon_\kappa=\frac{\sqrt{3}}{6}\upsilon_1$$

Και ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι:

$$\frac{K_\Sigma}{K_1}=\frac{\frac{1}{2}\left(m_1+m_3\right)\upsilon_\kappa^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}=\frac{2m\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\upsilon_1\right)^2}{m\upsilon_1^2}\Rightarrow\frac{K_\Sigma}{K_1}=\frac{\frac{6}{36}\upsilon_1^2}{\upsilon_1^2}\Rightarrow\frac{K_\Sigma}{K_1}=\frac{1}{6}$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Από το κύκλωμα του εναλλασσόμενου ρεύματος παίρνουμε:

$$P_\mu=I_{\varepsilon\nu}^2R_1\Rightarrow 12=I_{\varepsilon\nu}^2 6\Rightarrow I_{\varepsilon\nu}=\sqrt{2}\,A$$

$$V_{\varepsilon\nu}=I_{\varepsilon\nu}R_1=6\sqrt{2}\,V$$

$$V_{\varepsilon\nu}=\frac{V}{\sqrt{2}}\Rightarrow V=6\sqrt{2}\sqrt{2}=12\,V$$

Γ2. Όταν διπλασιάσουμε τη συχνότητα περιστροφής το πλάτος της τάσης γίνεται:

$$V' = N\omega' BA \xrightarrow{\omega'=2\omega} V' = 2N\omega BA = 2V = 24\,V$$

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος γίνεται:

$$I' = \frac{V'}{R_1} = \frac{24}{6} = 4\,A$$

Και η χρονική εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος είναι:

$$P = iv = I'\eta\mu\omega' t \cdot V'\eta\mu\omega' t = 96\eta\mu^2 100\pi t$$

Η τιμή της στιγμιαίας τάσης τη χρονική στιγμή $5{\cdot}10^{-3}$s είναι:

$$P' = 96\eta\mu^2 100\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 96\eta\mu^2 \frac{\pi}{2} = 96\,W$$

Γ3. Υπολογίζουμε την επιτάχυνση του αγωγού ΚΛ.

$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow 0,5 = 0,5\alpha \Rightarrow \alpha = 1\,m/s^2$$

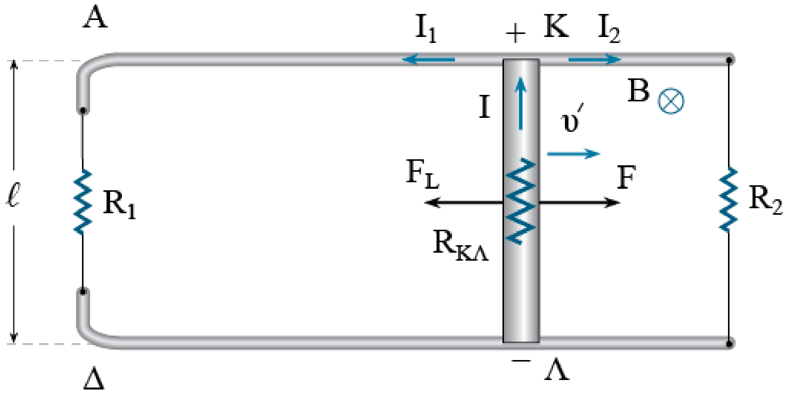
Η ταχύτητα του αγωγού τη χρονική στιγμή 2s είναι:

$$\upsilon' = \alpha t = 1 \cdot 2 = 2\,m/s$$

Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$R_{o\lambda} = R_{K\Lambda} + R_{1,2} = R_{K\Lambda} + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 2 + \frac{18}{9} = 4\Omega$$

Για να κινείται η ράβδος με σταθερή ταχύτητα, η δύναμη Laplace που εμφανίζεται σ' αυτήν είναι αντίθετη με τη δύναμη F.



$$F = F_L \Rightarrow F = BI\ell \Rightarrow F = B\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}\ell \Rightarrow F = B\frac{B\upsilon'\ell}{R_{o\lambda}}\ell \Rightarrow F = \frac{B^2\upsilon'\ell^2}{R_{o\lambda}} \Rightarrow 0,5 = \frac{B^2 2 \cdot 1^2}{4} \Rightarrow B = 1T$$

Γ4. Υπολογίζουμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_2.

$$I=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}=\frac{B\upsilon'\ell}{R_{o\lambda}}=\frac{1\cdot 2\cdot 1}{4}=0,5\,A$$

$$\left.\begin{aligned}V_{K\Lambda}&=I_1R_1\\V_{K\Lambda}&=I_2R_2\end{aligned}\right\}\Rightarrow I_1R_1=I_2R_2\Rightarrow I_1 6=I_2 3\Rightarrow I_1=\frac{I_2}{2}$$

$$I=I_1+I_2\Rightarrow I=\frac{I_2}{2}+I_2\Rightarrow I=\frac{3I_2}{2}\Rightarrow I_2=\frac{1}{3}A$$

Το ποσό θερμότητας πάνω στην αντίσταση R_2 είναι:

$$Q_2=I_2^2R_2\Delta t=\left(\frac{1}{3}\right)^2 3\cdot 3=1J$$

Υπολογίζουμε το συνολικό διάστημα που διανύει ο αγωγός.

$$x=x_1+x_2=\frac{1}{2}\alpha\cdot\Delta t_1^2+\upsilon'\Delta t_2=\frac{1}{2}1\cdot 2^2+2\cdot 3=2+6=8\,m$$

Υπολογίζουμε το έργο της δύναμης F.

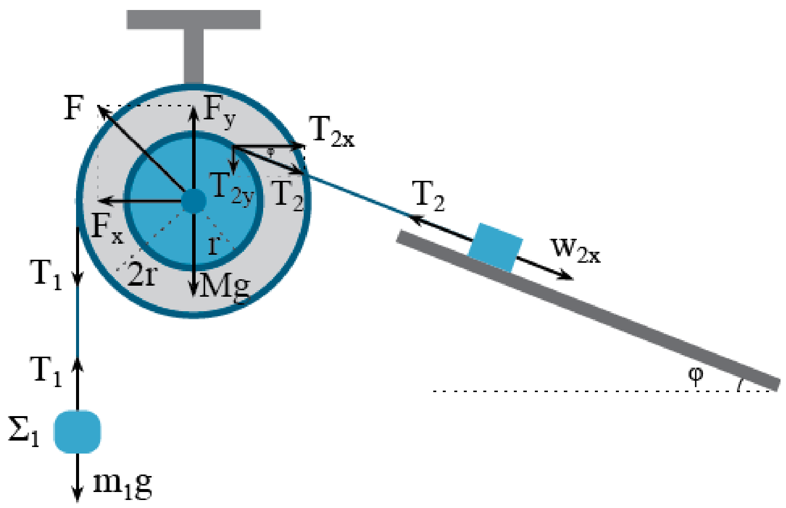
$$W_F=F\cdot x=0,5\cdot 8=4J$$

Και το ποσοστό είναι:

$$\Pi=\frac{Q_2}{W_F}=\frac{1}{4}=0,25\rightarrow 25\%$$

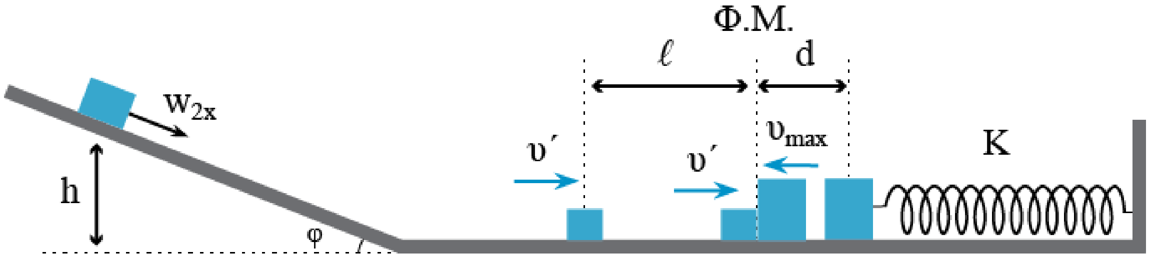
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την ισορροπία της τροχαλίας και των σωμάτων παίρνουμε:



$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T_1 2r - T_2 r = 0 \xrightarrow{T_1=m_1 g,\ T_2=m_2 g\eta\mu\varphi} m_1 g 2r = m_2 g\eta\mu\varphi r \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2m_1 = m_2\eta\mu\varphi \Rightarrow 2m_1 = 5\cdot 0,6 \Rightarrow m_1 = 1,5\,Kg$$
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x - T_{2x} = 0 \Rightarrow F_x = T_2\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow F_x = m_2 g\eta\mu\varphi\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi = 5\cdot 10\cdot 0,6\cdot 0,8 = 24\,N$$
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y - T_{2y} - m_1 g - Mg = 0 \Rightarrow F_y - T_2\eta\mu\varphi - m_1 g - Mg = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_y - m_2 g\eta\mu\varphi\cdot\eta\mu\varphi - m_1 g - Mg = 0 \Rightarrow F_y - 50\cdot 0,6^2 - 15 - 15 = 0 \Rightarrow F_y = 48\,N$$
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{24^2 + (2\cdot 24)^2} = \sqrt{5\cdot 24^2} = 24\sqrt{5}\,N$$

Δ2. Υπολογίζουμε την ταχύτητα με την οποία φτάνει το σώμα Σ_2 στη θέση Γ.



$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2 gh = \frac{1}{2}m_2\upsilon'^2 \Rightarrow \upsilon' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 1,8} = 6\,m/s$$

Στο χρόνο που το Σ_2 διανύει την απόσταση ℓ, το σώμα Σ_3 πηγαίνει από την ακραία του θέση στη θέση ισορροπίας.

$$\ell = \upsilon' t' \Rightarrow \frac{3\pi}{5} = 6t' \Rightarrow t' = 0,1\pi\,s$$
$$t' = \frac{T}{4} \Rightarrow 0,1\pi = \frac{T}{4} \Rightarrow T = 0,4\pi\,s$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4\pi} = 5\,rad/s$$
$$K = m_3\omega^2 = 5\cdot 5^2 = 125\,N/m$$

Δ3. Υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος Σ_3 μετά την κρούση.

$$\upsilon_{max} = A\omega \xrightarrow{A=d} \upsilon_{max} = 0,2\cdot 5 = 1\,m/s$$

Η κρούση είναι ελαστική και τα σώματα έχουν ίσες μάζες. Άρα μετά την κρούση ανταλλάσσουν ταχύτητες.

$$\upsilon'_{max} = \upsilon' \Rightarrow A'\omega = \upsilon' \Rightarrow A'5 = 6 \Rightarrow A' = 1,2\,m/s$$

Υπολογίζουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης και γράφουμε την χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης.

$$x = A'\eta\mu(\omega t + \varphi) \xrightarrow{t=0,\ x=0} 0 = A'\eta\mu\varphi \Rightarrow \eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow \eta\mu\varphi = \eta\mu 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \varphi = 2\kappa\pi + 0 \\ \varphi = 2\kappa\pi + \pi - 0 \end{array} \right. \xrightarrow{\upsilon<0} \varphi = \pi\,\text{rad}$$

$$x = A'\eta\mu(\omega t + \varphi) \Rightarrow x = 1{,}2\eta\mu(5t + \pi)$$

Δ4. Από τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση παίρνουμε:

$$K + U = E \xrightarrow{K=8U} 9U = E \Rightarrow 9\frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}KA'^2 \Rightarrow x = \pm\frac{A}{3} \xrightarrow{1\eta\ \varphi o\rho\acute{\alpha}} x = -\frac{A}{3} = -0{,}4\,\text{m}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι:

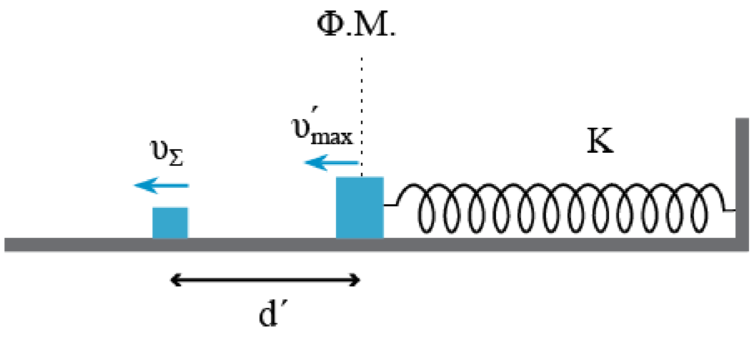
$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = -Kx = -125(-0{,}4) = 50\,\text{N}$$

Υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

$$K = 8U \Rightarrow \frac{1}{2}m_3\upsilon''^2 = 8\frac{1}{2}Kx^2 \Rightarrow 5\upsilon''^2 = 8\cdot 125\cdot 0{,}4^2 \Rightarrow \upsilon'' = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}\,\text{m/s}$$

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F\cdot\upsilon'' = 50\cdot 4\sqrt{2} = 200\sqrt{2}\,\text{J/s}$$

Δ5. Το σώμα Σ_3 φτάνει στο φυσικό μήκος του ελατηρίου για πρώτη φορά σε χρόνο T/2. Στο χρόνο αυτό το σώμα Σ_2 θα έχει πάει στη θέση d΄.



$$\upsilon_\Sigma = \upsilon_{max} = 1\,\text{m/s}$$

$$d' = \upsilon_\Sigma\frac{T}{2} = 1\frac{0{,}4\pi}{2} = 0{,}2\pi\,\text{m}$$